XXIII Krajowa Konferencja SNM

Czynnościowe nauczanie matematyki

Witold Szwajkowski
witold.szwajkowski@edutronika.pl ;
tel. 604 756 891
www.edutronika.pl
Edutronika Sp. z o.o.

Odkrywanie pojęcia niewiadomej

Streszczenie. „Praktyczne zastosowania koncepcji czynnościowego nauczania matematyki do pojęć matematycznych. Przykłady metod i środków dydaktycznych.

Co dzieci mogą same odkryć lub zauważyć bawiąc się czterdziestoma kolorowymi **Edukrążkami** i mając dodatkowo do dyspozycji kawałek plastikowej rurki oraz ołówek?

Łatwo mogą zauważyć, że krążki można podzielić na cztery grupy ze względu na kolor. Po podzieleniu mogą policzyć, że w każdym kolorze jest po dziesięć krążków.

Po pogrupowaniu krążków i zbudowaniu czterech słupków zobaczą, że każdy słupek ma taką samą wysokość.

Warto zwrócić uwagę, iż nie świadczy to jeszcze o tym, że wszystkie krążki są takiej samej grubości, chociaż taki wniosek można wyciągnąć z obserwacji krążków leżących na płaskiej, równej powierzchni. Gdyby poszczególne krążki różniły się grubością o kilka dziesiątych milimetra, trudno byłoby zauważyć, a szczególnie dziecku, tę różnicę, jeśli porównywałoby ze sobą tylko dwa krążki. Różnica wyszłaby na jaw dopiero przy porównywaniu wysokości słupków zbudowanych z krążków o różnych grubościach, gdyż wtedy drobne różnice w grubości pojedynczych krążków kumulowały by się, dając zauważalną różnicę w wysokości całych słupków. Gdyby więc w każdym kolorze było po tyle samo krążków o każdej grubości, to wszystkie słupki złożone z krążków jednego koloru byłyby jednakowe.

Jednak w trakcie operowania krążkami można się łatwo przekonać, że dwa dowolnie wysokie słupki złożone z takiej samej liczby dowolnie wybranych krążków, mają zawsze tę samą wysokość, a więc żadne różnice grubości się nie kumulują. Doświadczenie takie buduje słuszne przekonanie lub prawidłową intuicje o jednakowej grubości wszystkich krążków.

Jednakowa grubość krążków ułatwia ich liczenie poprzez porównywanie ze słupkiem o znanej liczbie krążków.

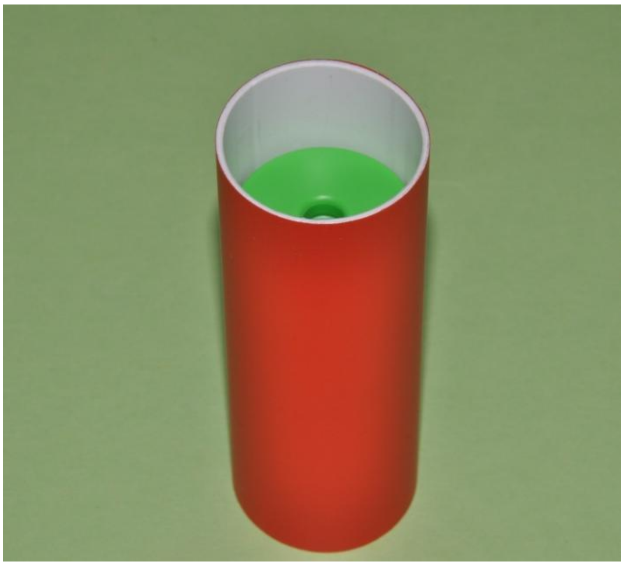
Np. trudno szybko określić liczbę krążków w prawym słupku, ale łatwo policzyć, że w lewym jest ich 4 razy 3 czyli 12. W prawym musi być więc tyle samo.

Łatwo też porównywać wyniki różnych działań sumowania, porównując wysokości słupków ilustrujących dane działanie.

Na powyższym zdjęciu widać, że działanie 5 + 7 daje ten sam wynik, co działanie 8 + 4, ponieważ słupki ilustrujące obydwa te działania są takiej samej wysokości. W podobny sposób można też ilustrować odejmowanie.

Przechodząc do „manipulacyjnych" cech krążków można zauważyć, że daje się z nich łatwo budować nawet wysokie, niekoniecznie proste, ale stabilne słupki. Krążki mają w środku taki otwór, który pozwala nawlekać je na ołówek lub kredkę. Przy pomocy kredki łatwo jest przenosić lub wyrównywać słupki.

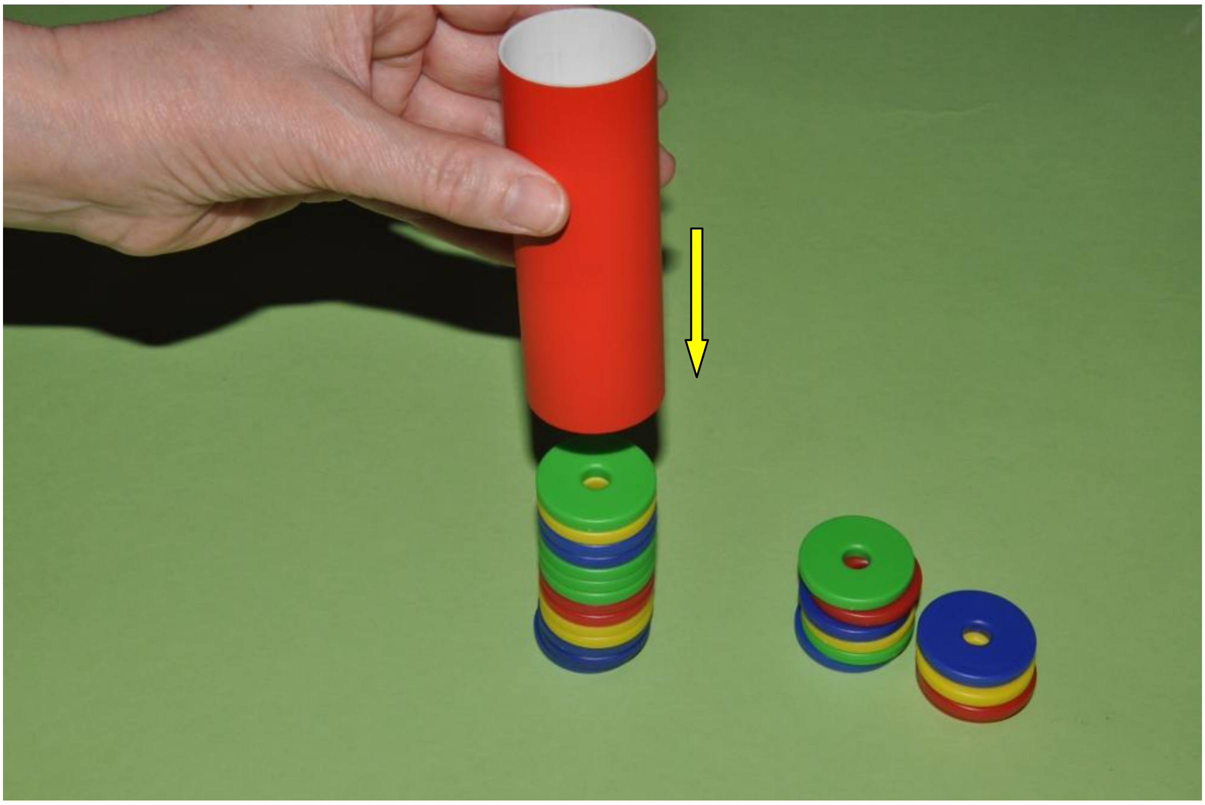
Krążki mieszczą się swobodnie w plastikowej rurce.



Rurka ma taką wysokość, że mieści się w niej 20 krążków ułożonych płasko jeden na drugim.

Kiedy dzieci już to wszystko odkryją bawiąc się Edukrążkami, można zaproponować następujące zadanie:

Pokazujemy dziecku, że nakładamy rurkę na słupek liczący kilkanaście krążków i pytamy, czy jest w stanie określić ile w rurce jest krążków, ale nie zdejmując rurki ze słupka.



Dziecko nie będzie wiedziało ile krążków jest w rurce, ponieważ bardzo prawdopodobne jest, że nie zdąży ich wcześniej policzyć. Ale jeśli pamięta, że w całej rurce mieści się dwadzieścia krążków, to może wpaść na pomysł, żeby do krążków w rurce dorzucić tyle dodatkowych, żeby wypełniły ją całą. Gdy dziecko policzy, ile krążków dorzuciło, łatwo obliczy ile krążków było w rurce przed dorzuceniem, wykonując proste odejmowanie. W ten sposób można przygotowywać dziecko do zrozumienia pojęcia niewiadomej, gdyż wykonana czynność jest niczym innym jak właśnie ilustracją równania z jedną niewiadomą.

NIEZNANA LICZBA + LICZBA, KTÓRĄ MOŻNA POZNAĆ = ZNANA LICZBA

Taki sposób przybliżania dziecku pojęcia niewiadomej można stosować na długo przed jego„oficjalnym" wprowadzeniem. Istotą tego sposobu jest wywołanie tego pojęcia w kontekście rozpoznanego przez dziecko środowiska operacyjnego, składającego się z dobrze znanych mu elementów. Rozwiązując problem dziecko może sięgnąć i wykorzystać zdobyte już wcześniej informacje i doświadczenia, jak np. to, że w rurce mieści się 20 krążków. Ważny jest także fakt, że dochodzenie do abstrakcyjnego pojęcia niewiadomej wiąże się z operowaniem realnymi przedmiotami, do czego potrzebna jest pewna zręczność oraz wyobraźnia.

Wcale nie jest tak łatwo wrzucić Edukrążki do rurki, tak by żaden krążek nie stanął w niej pionowo, szczególnie gdy ktoś chce wrzucić kilka na raz. Można jednak wykorzystać fakt, że krążki wchodzą na ołówek i wrzucać je do rurki, po ołówku.

Zaangażowanie własnej pomysłowości i większej liczby zmysłów przeważnie sprzyja pogłębieniu i utrwaleniu wniosków z wykonania danej czynności.

Ważną zaletą zaprezentowanego wyżej sposobu przybliżania dziecku pojęcia niewiadomej, jest możliwość **prostego i jednoznacznego sformułowania problemu**. Należy zwrócić uwagę na fakt, że ta prostota i jednoznaczność wynika z tego, że dziecko wcześniej zapoznało się z kontekstem sytuacyjnym i dając mu problem do rozwiązania, nie trzeba już robić wielu dodatkowych założeń, które zaciemniają istotę zadania.

Wyobraźmy sobie bowiem sytuację, w której problem rurki z krążkami w środku miałby być sformułowany jako zadnie tekstowe i przedstawiony dziecku, które nie bawiło się wcześniej krążkami i nie zna operacyjnego kontekstu zadania. Na przykład tak: *„Na stole stoi słupek złożony z pewnej liczby krążków o jednakowej średnicy i grubości. Ktoś zakrył słupek otwartą z obydwu końców rurką o średnicy wewnętrznej trochę większej od średnicy krążka tak, że słupek łatwo się w rurce zmieścił. Rurka ma wysokość dwudziestu krążków. Następnie sprawdzono ile krążków jeszcze zmieści się w rurce poprzez dodanie krążków znajdujących się poza rurką i okazało się, że należało dodać sześć. Ile krążków było pierwotnie w zakrytym rurką słupku?”* Ciekawe ile osób chciałoby w ogóle wnikać w taki lub podobny opis, żeby go zrozumieć?

Można też pominąć opis czynności zakrywania słupka rurką, zilustrować zadnie rysunkiem, na którym widać rurkę i znajdujące się w niej krążki i zadać pytanie: *„Ile krążków jest teraz w rurce, jeśli w całej rurce mieści się 20 krążków, a do jej wypełnienia trzeba by jeszcze włożyć 6?”* Przy takim ujęciu problemu należałoby jednak zrobić jeszcze kilka założeń.

1. *Wszystkie krążki, i te w rurce i te włożone, mają jednakową grubość.*
2. *Wszystkie krążki w rurce leżą poziomo (żaden nie stoi pionowo).*
3. *Pomiędzy słupkiem krążków w rurce, a stołem nie ma innego przedmiotu.*

4. *Krążki lekko wchodzą do rurki na całej jej długości.* (Gdyby rurka była na dole lekko spłaszczona, słupek krążków mógłby się w niej klinować i najniżej leżący krążek nie dotykałby stołu.)

Wcale nie jest tak łatwo określić i sformułować powyższe założenia, szczególnie jeśli mają być zrozumiałe dla dziecka. Ktoś bardzo dociekliwy mógłby jeszcze spytać, czy krążki w rurce nie są sklejone, a jeśli tak, to czy dwa sklejone krążki liczymy jako jeden, czy jako dwa… Z resztą, nawet przy jak najlepszym sformułowaniu wszystkich założeń, prawdopodobnie przeciętne dziecko zostałoby zarówno ich liczbą, jak i koniecznością zrozumienia skutecznie zniechęcone do rozwiązania problemu.

Nie to jest jednak głównym mankamentem zaprezentowanych wyżej dwóch „tekstowych" sposobów przedstawienia zagadnienia nieznanej liczby krążków w rurce. Pokazane w powyższych przykładach ujęcie, bardzo często spotykanie niestety w zadaniach tekstowych, **pozbawia dziecko szansy samodzielnego stworzenia praktycznej sytuacji ilustrującej sens pojęcia niewiadomej**. To dziecko samo powinno odkryć sposób określenia nieznanej liczby krążków w słupku poprzez dodanie do niego dodatkowych krążków. Wykonując tę wymyśloną przez siebie czynność dotyka bowiem istoty pojęcia niewiadomej i równania.

W opisanym ćwiczeniu bardzo ważne jest bowiem to, że dziecko **łatwo może sobie wyobrazić** słupek o nieznanej liczbie krążków znajdujący się w rurce. Wie zatem, jak wygląda taki słupek bez rurki i wie, że jest w nim jakaś określona liczba krążków, którą mogłoby łatwo sprawdzić przeliczając je, gdyby miało więcej czasu. Ale nawet taka krótka obserwacja słupka, nie dająca szansy policzenia w nim krążków, jest dla niego bardzo ważna, gdyż w ten sposób dziecko „zobaczy" fizyczny obraz szukanej liczby, chociaż nie będzie jeszcze znało jej wartości. Wie dlaczego szukana liczba nie jest znana (słupek został zakryty!), ale wie też, co ta liczba opisuje (liczbę krążków w tym słupku). Rozumie dlaczego liczby tej nie można poznać bezpośrednio, przeliczając krążki (nie można zdejmować rurki), ale wie, że ma sens wykonanie działania z jej użyciem (dodanie krążków), jeśli wynik tego działania jest znany (20!). Może więc zobaczyć skąd się bierze równanie oraz jaką czynność lub zjawisko ono ilustruje. W ćwiczeniu tym dziecko nie musi „układać" równania do zadania, czego często się od niego oczekuje i sensu czego nie widzi, ani szukać jakiegoś „anonimowego" x-a, którego natury ani sensu może w ogóle nie rozumieć, tyko fizycznie „wykonuje" to równanie w znanym mu i zrozumiałym dla niego środowisku. Do nieznanej liczby dodaje znaną wiedząc, że wynik dodawania jest znany, dzięki czemu można nieznaną liczbę poznać. Dzięki takiemu ćwiczeniu ma większą szansę pojąć, że **równanie to zapis sposobu szukania nieznanej liczby**, czyli niewiadomej, a nie tylko ciąg liczb i symboli matematycznych z plączącym się gdzieś, tajemniczym x-em.