

XXII Krajowa Konferencja SNM

AKTYWNOŚCI MATEMATYCZNE

Elżbieta Waśko (Kraków), waskoe@wp.pl

Roman Staszczuk (Kraków), romanstaszczuk@op.pl

Zespół Szkół Geodezyjno-Drogowych i Gospodarki Wodnej w Krakowie

PIŁKA NOŻNA I MATEMATYKA



Streszczenie. W trakcie naszego wystąpienia na XXII KK SNM podzieliliśmy się z przybyłymi nauczycielami doświadczeniem, jak można inspirować młodzież do uczenia się matematyki. Taką inspiracją mogą być np. ważne wydarzenia sportowe, kulturalne czy społeczne. Ubiegłoroczne Mistrzostwa Europy w piłce nożnej, rozgrywane m.in. w

Polsce, dały nam właśnie tę niezwykłą okazję. Na spotkaniu zaprezentowaliśmy przebieg lekcji „Piłka nożna i matematyka”, przeprowadzonej w naszej szkole w kilku klasach z okazji EURO 2012. Zgłębiliśmy także geometryczne struktury różnych futbolówek, dzieląc się ze słuchaczami niezwykłymi ciekawostkami i spostrzeżeniami z tej dziedziny.

Emocje związane z oczekiwaniem na wyjątkowe wydarzenie sportowe, jakim było Euro 2012 dały nam, nauczycielom ZSGDiGW, możliwość zademonstrowania uczniom licznych powiązań matematyki z futbolem i rozbudzenia u większości z nich niezwyklej aktywności matematycznej. Dwa dni przed oficjalnym otwarciem EURO 2012 sala matematyczna gościła nauczycieli i uczniów różnych klas, zainteresowanych korelacją królowej nauk z najbardziej popularną dyscypliną sportu.

Podczas lekcji głównym zadaniem, z którym musieli zmierzyć się uczniowie, było obliczenie i zbadanie pod względem konstrukcyjnym budowy dwudziestościanu ściętego, nazywanego często „matematyczną futbolówką”.

Przebieg tej lekcji został szczegółowo opisany w kwartalniku „NiM+TI” Nr 82, w artykule zatytułowanym „Czy futbol jest matematyczny?”.

Możliwość użycia podczas tej lekcji tablicy interaktywnej znakomicie pomogła uczniom w poznawaniu kształtów modeli przestrzennych – chociaż widać je tylko na ekranie, można nimi obracać, przybliżać, dokonywać operacji niewykonalnych z prawdziwymi bryłami w świecie fizycznym. Pozwoliło to na sukcesywne podtrzymywanie uwagi uczniów, a także wpłynęło na atrakcyjność zajęć.

Uczniowie podczas tej lekcji skutecznie rozwijali swoją wyobraźnię przestrzenną, a także kształtowali u siebie postawę badacza-odkrywcy, budując z wielokątnych klocków przestrzenny model dwudziestościanu ściętego. Na koniec lekcji każdy z uczniów otrzymał pamiątkową geometryczno-piłkarską zakładkę:



Lekcja ta uświadomiła młodzieży, że matematyka dostarcza narzędzi do wielu badań, a umiejętności matematyczne są niezbędne do funkcjonowania człowieka we współczesnym świecie. Aktywna postawa uczniów zainspirowała nauczycieli do tego, aby w szerszym zakresie pokazać nierozzerwalny związek piłki nożnej z matematyką.

Na motywację do uczenia się ma również w dużej mierze odpowiedni dobór zadań. Uczniowie chętnie, już podczas lekcji, rozwiązywali zadania o tematyce piłkarskiej, pracując w kilkuosobowych zespołach.

Powstał więc pomysł, aby podtrzymać rozbudzoną tematyką lekcji aktywność oraz zaciekawienie uczniów. W związku z tym przygotowaliśmy konkurs zadaniowy „Gotowi do gry”. Polegał on na samodzielnym rozwiązywaniu przez młodzież zadań o tematyce piłkarskiej, zaproponowanych przez nauczycieli. Zestaw zadań był bardzo zróżnicowany – obejmował zadania zamknięte i otwarte, krótkiej oraz rozszerzonej odpowiedzi, z różnych działów matematyki (geometria, trygonometria, kombinatoryka, ciągi, funkcja liniowa i kwadratowa, zadania optymalizacyjne).

Duże zainteresowanie wywołała okolicznościowa gazetka „Matematyka i piłka nożna”, uzupełniona w stosunku do informacji z lekcji o nowe treści matematyczno-piłkarskie. Została ona wydana z okazji Szkolnego Dnia Sportu, z inicjatywy i przy współpracy najbardziej zainteresowanych uczniów (gazetkę można pobrać ze strony: http://www.szkolaimnarutowicza.krakow.pl/old/pdf/gazetka_euro_2012.pdf). Zaskoczenie, a następnie niedowierzanie wywołała u młodzieży zawarta w niej informacja o matematycznym (czytaj piłkarskim) paradoksie urodzin - zbieżności dat urodzin wśród piłkarzy, którzy zainaugurowali EURO 2012. Uczniowie nie wiedzieli, że przy pomocy niezbyt skomplikowanych obliczeń matematycznych można wykazać, że wśród dowolnej 23 osobowej grupy (np. uczestników meczu piłkarskiego - zawodnicy obu drużyn + sędzia) szansa znalezienia dwóch osób obchodzących urodziny w tym samym dniu (dzień i miesiąc) wynosi ponad 50%. Mistrzostwa Europy potwierdziły te szacunki, bo w meczu otwarcia dwóch piłkarzy urodzonych było 9 czerwca. W polskim zespole był to Marcin Wasilewski, a w greckiej reprezentacji Sokratis Papastathopoulos.

Aby zaspokoić ciekawość poznawczą uczniów, przygotowaliśmy kilka ciekawostek związanych z historycznymi odkryciami w nauce (wzór Eulera, bryły półforemne i odkrycia Archimedes, futbolowy Nobel z chemii itp.). Dla pogłębienia wiedzy najbardziej zainteresowani wzięli udział w kolejnym konkursie dot. brył archimedesowych. Również ufundowana przez nas nagroda (książka „Galeria wielościanów” Zdzisława Pogody) wzbudziła swymi grafikami zachwyt, zwłaszcza u zwycięzcy. Pozostali uczniowie zostali zachęcani do skorzystania z odpowiednich źródeł (literatura, Internet), aby również i oni mogli docenić matematyczne piękno brył archimedesowych.

Przed zakończeniem roku szkolnego, uczniowie wielokrotnie zwracali się do nauczycieli, stawiając konkretne pytania dotyczące w/w zagadnień i pytając o źródła informacji. Stanowiło to dla nas bodziec do dalszego pogłębiania, uzupełniania i rozszerzania tego tematu, który wciąż jest prezentowany np. podczas zastępstw z nauczycielem matematyki.

Zdjęcia z przeprowadzonych lekcji



Foto 1



Foto 2



Foto 3



Foto 4



Foto 5



Foto 6



Foto 7

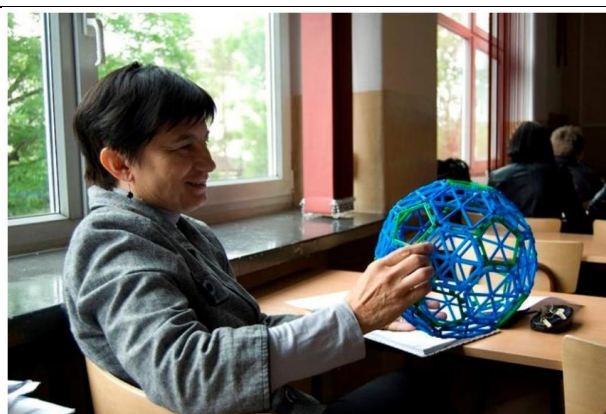


Foto 8

Wszystkie zdjęcia z lekcji można znaleźć na:

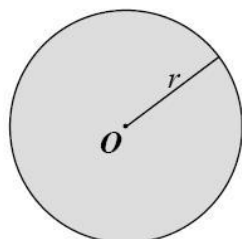
http://www.szkolaimnarutowicza.krakow.pl/old/index.php?option=com_content&task=blogsection&id=1&Itemid=53&limit=5&limitstart=20

Konkurs „GOTOWI DO GRY”

(zadania z okazji EURO 2012)

Przydatne wzory z tablic matematycznych:

• Koło



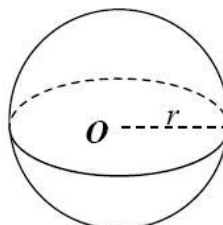
Wzór na pole koła o promieniu r :

$$P = \pi r^2$$

Obwód koła o promieniu r :

$$Ob = 2\pi r$$

• Kula



$$P = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

gdzie r jest promieniem kuli

Zadania zamknięte

1. [1pkt]). Pewien wielościan ma 15 krawędzi i 10 wierzchołków. Liczba jego ścian jest równa:

- A. 5 B. 7 C. 10 D. 17

2. [1pkt]). Cenę piłki obniżono o 20%, a po miesiącu nową cenę obniżono o dalsze 30%. W wyniku obu obniżek cena piłki zmniejszyła się o:

- A. 44% B. 50% C. 56% D. 60%

3. [1pkt]). Po zakończeniu mistrzostw cenę piłki „TANGO 12 GLIDER B2B EURO 2012” obniżono o 20%, a następnie o kolejne 30%. W wyniku tych obniżek, cena piłki spadła do 39,20zł. Jaka była pierwotna cena piłki nożnej?

- A. 50zł B. 55zł C. 62,50zł D. 70zł

4. [1pkt]). Piłkę której obwód wynosi 40π cm, wykonano w skali 1:10. Średnica nowej piłki wynosi:

- A. 4m B. 4dm C. 4cm D. 4mm

5. [1pkt]). Z uszkodzonej gumowej piłki uszło powietrze w wyniku czego jej promień zmniejszył się o połowę. Pole powierzchni tej piłki zmniejszyło się zatem:

- A. 8 razy B. 4 razy C. 2 razy D. $\frac{1}{8}$ razy

6. [1pkt]). Na stole położono trzy jednakowe piłki. Umieszczono na nich czwartą, taką samą jak pozostałe. Każde dwie piłki mają jeden punkt wspólny. Środki tych piłek połączono patykami w ten sposób, że otrzymano szkielet wielościanu, którego każdy wierzchołek jest środkiem jednej z piłek. Tym wielościanem jest:

- A. Sześcián
B. graniastosłup prawidłowy trójkątny
C. ostrosłup prawidłowy czworokątny
D. czworościan foremny

7. [1pkt]). Mistrzostwa Europy w piłce nożnej rozgrywane są cyklicznie co 4 lata, poczynając już od 1960 roku. Ile do tej pory przeprowadzono zawodów, nie licząc tegorocznego turnieju EURO 2012?

- A. 11 B. 12 C. 13 D. 14

8. [1pkt]). Po regulaminowym czasie gry, gdy mecz zakończy się remisem, ostatecznego zwycięzcę wyłania konkurs rzutów karnych. Ilość różnych (uwzględniając kolejność!) 5 osobowych zespołów mogących wykonywać karne wynosi:

- A. 161051 B. 55440 C. 3125 D. 462

Zadania otwarte krótkiej odpowiedzi

9. [2pkt]). Wykaż, że nie może istnieć wielościan wypukły o dwudziestu krawędziach i dziewiętnastu ścianach.

10. [2pkt]). Piłka rzucona z wysokości 135cm odbija się od podłogi. Po każdym kolejnym odbiciu piłka wznosi się na wysokości osiągniętej w poprzednim odbiciu. Oblicz łączną długość drogi pionowej (licząc ruch w górę i w dół) przebytej przez piłkę do czwartego odbicia.

11. [2pkt]). W sklepie sportowym znajdują się w sprzedaży trzy rodzaje piłek nożnych. Ich średnice wynoszą odpowiednio: 10cm, 20cm i 30cm. Wykaż, że objętość największej piłki jest 3 razy większa od sumy objętości dwóch pozostałych.

12. [2pkt]). Piłka odbijając się od ziemi, osiągała za każdym razem wysokość wynoszącą $\frac{2}{3}$ poprzedniej. Jak wysoko wzniosła się piłka po pierwszym uderzeniu, jeśli po szóstym odbiła się na wysokość 32cm?

13. [2pkt]). Brazylijski obrońca Ronny Heberson oddał najsilniejszy strzał w historii piłki nożnej. Oblicz prędkość oddanego strzału, wiedząc że piłka przy tym uderzeniu, pokonałaby dystans 105m (długość boiska Stadionu Narodowego w Warszawie) w ciągu 1,8 sekundy. Wynik podaj w km/h.

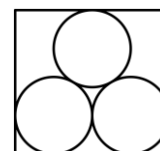
14. [2pkt]). System rozgrywek „Mistrzostw Europy w piłce nożnej” odbywa się w dwóch etapach. W pierwszym etapie 16 drużyn w czterech grupach rozgrywa mecze o wyjście z grupy (wychodzą tylko dwie drużyny) i bezpośredni awans do ćwierćfinałów EURO2012. W drugim etapie, pozostałe reprezentacje grają systemem pucharowym tzn. przegrany odpada. Ile zostanie rozegranych meczy podczas Euro 2012 w Polsce i na Ukrainie?

15. [2pkt]). Wysokość bramki piłkarskiej to 8 stóp angielskich, szerokość odpowiada długości równej 8 jardom. Wiedząc że 1 jard odpowiada 3 stopom, 1 stopa 12 calom a 1 cal to 2,54 cm, oblicz wymiary bramki w centymetrach (wynik zaokrąglaj do części całkowitych).

Zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi

16. [5pkt]). Dwie szkoły mają prostokątne boiska. Przekątna każdego boiska jest równa 65 m. Boisko w drugiej szkole ma długość o 4 m większą niż boisko w pierwszej szkole, ale szerokość o 8 m mniejszą. Oblicz długość i szerokość każdego z tych boisk.

17. [4pkt]). Trzy piłki nożne każda o średnicy 22cm, umieszczono w pudełku w sposób pokazany na rysunku. Jakie wymiary ma pudełko, jeśli wiadomo, że piłki nie wystają ponad pudełko ani pudełko nie wystaje ponad piłki?



18. [3pkt]). Pojemność Stadionu Narodowego w Warszawie odpowiada sumie stu początkowych wyrazów ciągu $a_n = \{90, 100, 110, 120, \dots\}$. Oblicz ile miejsc przeznaczonych jest dla kibiców na trybunach.

19. [5pkt]). Położono trzy piłki o średnicy 30cm na ziemi, czwarta zaś położona jest na nich. Każda piłka jest styczna do trzech pozostałych. Oblicz wysokość piramidy.

20. [5pkt]). Biało-czerwoną wstążkę o długości 346m rozciągnięto wzdłuż boiska Stadionu Narodowego (o wymiarach 105m x 68m). Jaką maksymalną prostokątną powierzchnię mogłaby objąć podana wstążka?

Nr zadania	źródło
zad. 2 , zad. 3	Matura 2012 z matematyki
zad. 16	Matura poprawkowa 2011 z matematyki.

zad. 9, zad. 17	Małgorzata Dobrowolska, Marcin Karpiński, Jacek Lech – „Matematyka III – podręcznik do liceum i technikum, zakres podstawowy z rozszerzeniem” wyd. GWO, Gdańsk 2008
zad. 12	Krzysztof Kłaczko, Marcin Kurczak, Elżbieta Świda – „Matematyka – zbiór zadań do liceów i techników – klasa II zakres podstawowy i rozszerzony”, wyd. PAZDRO, Warszawa 2003
zad.8	Jordi Deulofeu – „Dylematy więźniów i zwycięskie strategie (Teoria gier)”, wyd. RBA Coleccionables, S.A. 2012
zad.1, zad.5, zad.6, zad. 10	Kinga Gałązka – „Obowiązkowa matura z matematyki 2011”, wyd. OPERON, Gdynia 2009
zad. 19	Przemysław Butrym – „Matematyka w zadaniach praktycznych”, wyd. OMEGA, Kraków 2004
zad. 11	Zbigniew Bobiński, Piotr Nodzyński, Mirosław Ustki – „Koło matematyczne w gimnazjum”, wyd. AKSJOMAT, Toruń 2010
zad. 4, zad. 7, zad. 13, zad. 14, zad. 15, 18 i 20	własne

Zadania te są również dostępne na stronie: <http://mcdn.edu.pl/userfiles/krakow/PLIKI/AkademiaMatPrzyr/Staszczuk.pdf>

Opisaną lekcję przedstawiliśmy w dniu 8.10.2012r. na konferencji „Matematyczne wyzwania nowej podstawy programowej”, zorganizowanej przez Małopolskie Centrum Doskonalenia Nauczycieli w Krakowie.

Temat naszego wystąpienia: „*Matematyczne pokłosie Euro 2012 z postawami uczniów w tle*”.

Informacje zwrotne, które otrzymaliśmy po spotkaniu od licznie zgromadzonych uczestników konferencji, jak również okazane przez nich zainteresowanie, potwierdziły inspirującą wartość naszego działania. Mamy nadzieję, że publikacja artykułów z tego tematu pozwoli innym nauczycielom na skorzystanie z naszego doświadczenia i będzie wyjątkową okazją do rozwoju matematycznej aktywności uczniów, zdobywania przez nich umiejętności myślenia matematycznego oraz wykorzystania narzędzi matematyki w codziennym życiu.