

XXII Krajowa Konferencja SNM

GEOMETRIA

Konstruktywistyczne nauczanie, funkcjonalnie dobrane środki dydaktyczne i metoda porównawcza - drogi do budowania pozytywnej samooceny ucznia i motywowania go do uczenia się

Anna Rybak e-mail: aniar@klub.chip.pl , aniar1@onet.eu
Uniwersytet w Białymstoku, Wydział Matematyki i Informatyki

István Lénárt e-mail: ilenart@cs.elte.hu
ELTE University, Budapest, Hungary

Streszczenie. Doświadczenia płynące z licznych lekcji geometrii wzbogaconych o treści z różnych systemów geometrycznych, połączonych z budowaniem korelacji z wybranymi treściami z zakresu geografii, przeprowadzonych w szkołach na różnych etapach edukacyjnych z wykorzystaniem różnorodnych pomocy dydaktycznych (oprogramowania dydaktycznego, gier i modeli), z inspirowaniem uczniów do samodzielnego badania zagadnień geometrycznych, prowadzenia rozumowań i formułowania wniosków wskazują, że uczniowie pracując w ten sposób zaczynają inaczej traktować uczenie się matematyki. Zaczynają wierzyć we własne siły i budować swoją pozytywną samoocenę -zwłaszcza uczniowie do tej pory uważani za słabszych.

W artykule zaprezentowane są propozycje rozwiązań dydaktycznych prowadzących do wzmocnienia motywacji uczniów do nauki i przyjmowania kreatywnej postawy w procesie uczenia się.

Wprowadzenie

W szkole omawiamy własności figur geometrycznych wyłącznie na płaszczyźnie. Realizując zagadnienia z zakresu stereometrii nie zwracamy uwagi na własności figur skonstruowanych na powierzchni bryły. Omawiając własności kuli nie mówimy o specyficznych własnościach trójkątów na powierzchni tej kuli. Nie wspominamy też, że prawa geometrii na płaszczyźnie (geometrii euklidesowej) nie stanowią jedyne systemu geometrycznego w nauce. Nie wspominamy o geometriach nieeuklidesowych.

Tymczasem geometrie nieeuklidesowe są ważnym matematycznym narzędziem opisu naszego świata. Powstaje więc istotne pytanie: **Czy powinniśmy uczyć geometrii nieeuklidesowych w szkole?** Nie na poziomie akademickim, ale właśnie w szkole, w edukacji powszechnej? Czy, ucząc jednego systemu geometrycznego w sytuacji, gdy do opisu naszej Ziemi jako planety, opisu Wszechświata oraz do opisu wielu zjawisk fizycznych system ten nie jest najlepszym narzędziem, nie kształtujemy u naszych uczniów niewłaściwego obrazu roli nauki w opisie świata? Czy nie pozostawiamy ich po prostu w niewiedzy? Czy geometrie nieeuklidesowe to naprawdę tak trudne idee, że nie można opracować odpowiedniej metodyki ich nauczania w szkole? Okazuje się, że można. István Lénárt, węgierski matematyk pracujący w ELTE University w Budapeszcie opracował zestaw

modeli i przyrządów do wykonywania konstrukcji na sferze oraz zaproponował taki sposób pracy nad tymi zagadnieniami, aby można je było omawiać już w szkole podstawowej.

Ten sposób nauczania geometrii sferycznej był już wielokrotnie prezentowany na konferencjach SNM, jak również w niektórych numerach czasopisma NiM zostały opublikowane artykuły na ten temat. Zostały też przeprowadzone w polskich szkołach lekcje matematyki z uwzględnieniem równoczesnego rozważania dwóch systemów geometrycznych.

Propozycja 1.

Lekcja: Figury geometryczne na powierzchni kuli

(po lekcjach o bryłach obrotowych, w szczególności o kuli)

Klasa III gimnazjum lub II liceum, 1 godzina lekcyjna

Plan przebiegu lekcji:

1. Uczniowie przypominają, co wiedzą o kuli.
2. Prowadząca prezentuje zestaw Sfera Lenarta oraz inne pomoce (owoce, kulki itp.).
3. Uczniowie pracują z przyrządami samodzielnie bez sugestii ze strony osoby prowadzącej. Prowadząca obserwuje:
 - co chcą narysować na sferze (pierwsze rysunki),
 - jakie figury konstruują (kiedy przechodzą do matematyki),
 - jakie własności figur badają.
4. Wspólnie podsumowane są odkrycia uczniów (głównie uczniowie się wypowiadają, prowadząca porządkuje zdobytą przez nich wiedzę).
5. Praca domowa dla uczniów: na formularzu opisać działania i sformułować odkrytą wiedzę.

Metoda badawcza: badanie w działaniu.

Koncepcja lekcji opiera się o:

- ⤴ teorię konstruktywizmu,
- ⤴ strategię nauczania czynnościowego oraz strategię nauczania problemowego,
- ⤴ metodę porównawczą umożliwiającą jednoczesne poznawanie własności figur geometrycznych na płaszczyźnie i na sferze.

Czynniki oddziałujące na uczniów:

- ⤴ środki dydaktyczne, czyli media,
- ⤴ rozmowa wprowadzająca.

Wyjaśnienie niektórych pojęć:

Metoda porównawcza

Termin 'metoda porównawcza' oznacza nauczanie dwóch lub więcej różnych systemów naukowych funkcjonujących w tej samej dziedzinie. W odróżnieniu od przywiązania do jednego ustalonego sposobu myślenia, istota metody porównawczej polega na ciągłym przeciwstawianiu i porównywaniu odpowiadających sobie elementów rozpatrywanych systemów z różnych punktów widzenia. Metoda ta może być łatwo zastosowana w różnych dziedzinach.

Należy podkreślić, że **celem zastosowania metody porównawczej jest umożliwienie lepszego zrozumienia przez ucznia treści zawartych w podstawie programowej, nie zaś położenie nacisku na wprowadzenie nowych treści.** Budowanie pojęć matematycznych w dwóch systemach jednocześnie, a także ukazanie ich obecności bądź użyteczności w innych dziedzinach, powinno znacząco wpłynąć na rozumienie ich przez ucznia.

Badanie w działaniu

Koncepcję badań w działaniu stworzył K. Lewin nazywając badanie cykliczną spiralą. Idea jest ta wywodzi się z tzw. Koła hermeneutycznego, gdzie każdy cykl spirali zawiera kolejne fazy:

1. Pojawienie się / dostrzeżenie problemu
2. Rozpoznanie go (zebranie informacji)
3. Stworzenie głównego planu działania
4. Wprowadzenie planu w życie
5. Ewaluacja
6. Ewentualne stworzenie planu naprawy

•Badanie w działaniu polega na diagnozie sytuacji społecznej, w której znajduje się badacz oraz na próbie zmiany, ulepszenia danej sytuacji w trakcie trwania badania.

•Istotny jest fakt, że badacz jest aktywnym uczestnikiem, który dostrzega możliwości poprawy sytuacji na lepsze, właśnie przy jego udziale. Nie uczestniczy tylko w danej sytuacji, ale próbuje ją przekształcić.

•Badanie w działaniu charakteryzuje się tym, że badana sytuacja ma znaczenie dla badacza. Jego zadaniem nie jest tylko opisanie i rejestracja zjawiska, ale wyraźne wywołanie zmian. Efektem tego staje się refleksja nad własnym działaniem i jego skutkami.

•Ten rodzaj badań ma za zadanie lepsze zrozumienie praktyki poprzez działanie, a nie potwierdzenie teorii praktyką (badania ilościowe)

•Przedmiotem tych badań są zależności między zjawiskiem a obserwowanymi zmianami, zachodzącymi w toku zamierzonej aktywności badacza. Daje to satysfakcję badaczowi, że działania pozostawiają zmiany w danym środowisku zarówno w trakcie, jak i po zakończeniu.

- Porównując badanie w działaniu i obserwację uczestniczącą można zauważyć, że badanie w działaniu poza aktywnym uczestnictwem w danej sytuacji, ma wpływ na kształtowanie tej sytuacji. Widoczny jest tutaj podwójny cel poznawczy: w trakcie badania uczy się zarówno badacz jak i badany.

Więcej na temat badania w działaniu można przeczytać m.in. na stronie

http://chomikuj.pl/renii91/teoretyczne+podstawy+bada*c5*84+spo*c5*82ecznych/BADANI+E+W+DZIA*c5*81ANIU,1216733736.doc, skąd pochodzi powyższy materiał. Serdecznie polecamy.

Uwaga – do przemyślenia dla nauczycieli:

Uczniowie dostają do rąk nowy środek dydaktyczny. Co z nim zrobią? Jak go użyją? W jakim celu? Do tej pory nie mogli wykonywać konstrukcji geometrycznych na powierzchni kuli; teraz mogą. Czy z tego skorzystają? Jakie będzie ich matematyczne myślenie?

Powyższe pytania można traktować jako podstawę zastosowania metody badania w działaniu w prezentowanym przykładzie.

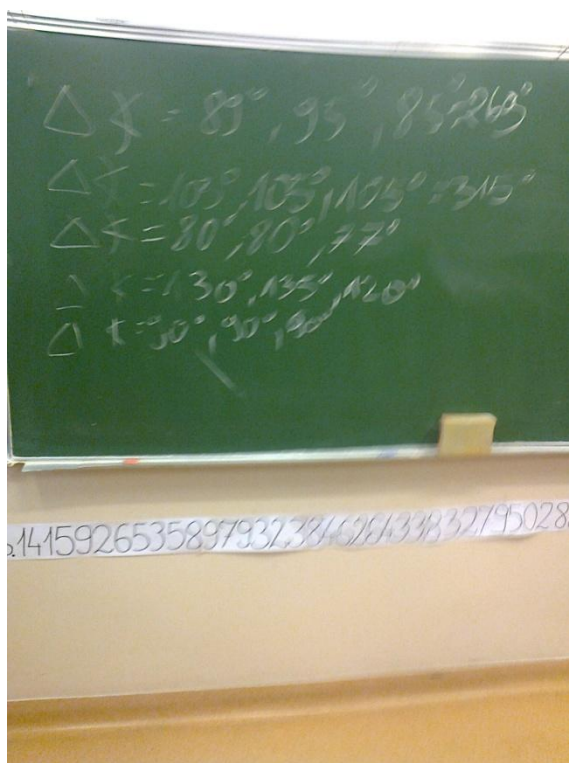
Rezultaty pracy uczniów podczas lekcji przeprowadzonej w gimnazjum z oddziałami integracyjnymi:



Źle skonstruowane trójkąty



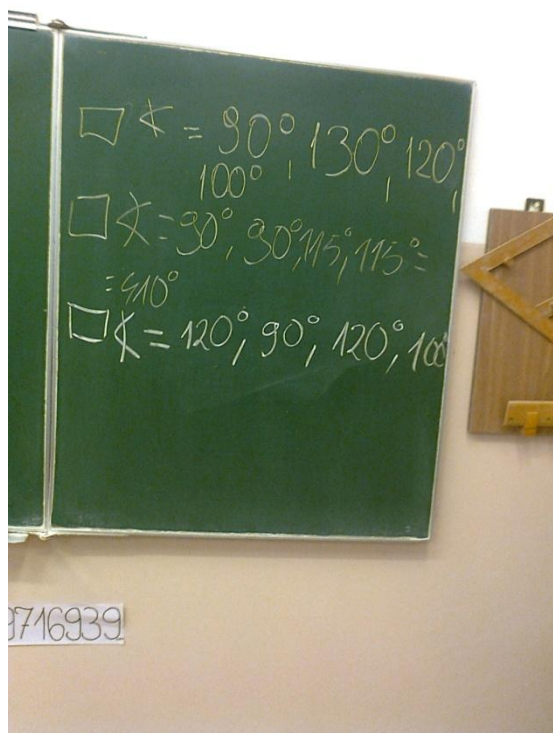
Dobrze skonstruowany trójkąt



Uczniowie badają sumę miar kątów wewnętrznych w trójkącie sferycznym



Uczeń odkrył, że nie można narysować kwadratu na sferze



Uczniowie badają sumę miar kątów wewnętrznych w czworokącie sferycznym

Po lekcji uczniowie dostali zadanie polegające na wypełnieniu następującego formularza:

Figury geometryczne na powierzchni kuli

Imię i nazwisko, kl.....

- ⌘ Czego dotyczyła lekcja? Co było jej celem?
- ⌘ Co robiłeś/robiłaś w czasie lekcji? Opisz swoje działania.
- ⌘ Czego nauczyłeś/nauczyłaś się w czasie lekcji?
- ⌘ Co Twoim zdaniem było w lekcji:

dobrze

złe ?

|

- ⌘ Gdyby lekcja na ten temat miała być przeprowadzona ponownie, co chciałbyś /chciałabyś w niej zmienić?

Zostały oddane 24 wypełnione formularze.

Wypowiedzi uczniów (najbardziej charakterystyczne, zbiorczo):

Pytanie: Czego dotyczyła lekcja? Co było jej celem?

Odpowiedzi:

- ⌘ Lekcja dotyczyła kuli. Jej celem było przybliżenie teorii, wiedzy na temat kuli.
- ⌘ O figurach geometrycznych na powierzchni kuli.
- ⌘ Lekcja dotyczyła rysowania figur na powierzchni sfery.
- ⌘ Powtórzenia wiadomości z ostatnich lekcji.
- ⌘ Lekcja dotyczyła sfery. Rysowanie figur płaskich.
- ⌘ Nie wiem.

Pytanie: Co robiłeś/robiłaś w czasie lekcji? Opisz swoje działania.

Odpowiedzi:

- ✧ Na początku narysowaliśmy na kuli okrąg, później trójkąt i czworokąt z mierzeniem ich kątów i wypisywaliśmy je na tablicy. Na koniec narysowaliśmy kółko na kuli.
- ✧ Na powierzchni kuli rysowaliśmy okręgi, trójkąty, kwadraty, ale się nie dało zrobić kwadratu.
- ✧ W czasie lekcji rysowałem linie i obliczałem kąty.
- ✧ Narysowałam trójkąt na powierzchni kuli i zmierzyłam jego kąty.
- ✧ Rysowałem za pomocą linijki sferycznej różne figury geometryczne.
- ✧ Składałem kule, rysowałem, mierzyłem kąty.
- ✧ Rysowałam figury na powierzchni przestrzennej kuli za pomocą specjalnych przyrządów.
- ✧ Rysowałem trójkąty i kwadraty. Robiłem do nich obliczenia.

Pytanie: Czego nauczyłeś/nauczyłaś się w czasie lekcji?

Odpowiedzi:

- ✧ Że nie da się narysować kwadratu na kuli.
- ✧ Jak się rysuje na kuli.
- ✧ Trójkąt narysowany na powierzchni kuli ma inne właściwości.
- ✧ Jak używać linijki sferycznej.
- ✧ Czegoś o figurach na sferze.
- ✧ Pracować z przyrządami do mierzenia na kuli.
- ✧ O kątach narysowanego trójkąta: 90° , 90° , 90° .
- ✧ Dowiedziałem się, że prosta na kuli to okrąg.
- ✧ W czworokącie suma kątów wynosi 360° na płaszczyźnie, a na sferze ponad 400° . W trójkącie miara kątów wynosi więcej niż 180° .
- ✧ Dużo ciekawych rzeczy dotyczących kuli.
- ✧ Że w trójkącie sferycznym kąty są zawsze większe niż 180° . Że w kwadracie sferycznym kąty też są większe niż na płaszczyźnie (suma kątów).
- ✧ Że nawet na kuli można narysować figury. Na sferze jest więcej stopni niż na płaszczyźnie.
- ✧ Niczego.

Pytanie: Co Twoim zdaniem było w lekcji dobre?

Odpowiedzi:

- ✧ Rysowanie na kuli.
- ✧ Rysowanie i dobra zabawa.
- ✧ Zdobywanie wiedzy,
- ✧ Wolna lekcja. Ciekawa lekcja.
- ✧ Zabawa. Nie trzeba było nic obliczać.
- ✧ Trzy kąty trójkąta o 90° . Linijka. Kątomierz. Cyrkiel.
- ✧ Praca przy pomocy kuli to zabawa.
- ✧ Ciekawe. Nowe informacje. Nowe narzędzia.

- ⤴ Miła atmosfera.
- ⤴ Dowiedziałam się ciekawych informacji, rzeczy. Pierwszy raz pracowałam z takimi przyrządami. Lekcja była ciekawa i pouczająca.
- ⤴ Nauka połączona z zabawą.
- ⤴ Rysowanie figur i ich obliczanie.
- ⤴ Wszystko.
- ⤴ Nic.

Pytanie: Co Twoim zdaniem było w lekcji złe?

Odpowiedzi:

- ⤴ Kule się rozpadały.
- ⤴ Za krótka lekcja.
- ⤴ Problem z włożeniem połowy kuli.
- ⤴ Brudne ręce.
- ⤴ Nudna lekcja.

Na pytanie o propozycje zmian w lekcji uczniowie nie odpowiadali lub odpowiadali, że nic nie chcieliby zmienić.

Uwagi:

- ⤴ Podczas lekcji zastosowana była czynnościowa strategia nauczania matematyki. Uczniowie wykonywali czynności konkretne (pracowali z realnymi przedmiotami), wyobrażeniowe (korzystali z wykonanych rysunków, które były wyobrażeniem figur geometrycznych) i abstrakcyjne (wykonywali obliczenia, wyciągali wnioski, określając własności figur na sferze). Korzystali z reprezentacji enaktywnych (kula i jej powierzchnia), ikonicznych (wykonane rysunki) i symbolicznych (opis w języku słowno-symbolicznym np. prostej sferycznej).
- ⤴ Podczas lekcji zastosowane zostało podejście konstruktywistyczne: wiedzę o własnościach figur na sferze skonstruowali sami uczniowie. Oczywiście jest, że podczas takich lekcji uczniowie muszą być inspirowani do wnioskowania przez nauczyciela, który stawia problemy i zadaje pytania ukierunkowujące.
- ⤴ Podczas lekcji wykorzystana była metoda porównawcza, która polega na jednoczesnym badaniu i porównywaniu obiektów w dwóch systemach (w tym przypadku w dwóch systemach geometrycznych).
- ⤴ Zostały przeprowadzone trzy kolejne lekcje na ten temat, tego samego dnia, w trzech klasach trzecich gimnazjum z oddziałami integracyjnymi. Wszyscy uczniowie (niezależnie od swoich właściwości intelektualnych i dysfunkcji) pracowali manualnie, wykonywali rysunki i pomiary. Dyskusja prowadzona była z całą klasą.

Wnioski:

- ⤴ Możliwe jest wprowadzenie treści z zakresu geometrii sferycznej do codziennego nauczania matematyki, bez zaburzania codziennej pracy.
- ⤴ Obserwacja pracy uczniów i analiza ich wypowiedzi wskazują, że możliwość samodzielnego badania figur jest dla nich atrakcyjna, zaś metoda czynnościowa czyni

lekcję „lżejszą”, inną. Jest traktowana jako zabawa. Uczniowie cenią naukę przez zabawę.

- ⤴ Uczniowie chcą pracować z przyrządami. Chcą wykonywać czynności konkretne!
- ⤴ Atmosfera dyskusji jest przez uczniów dobrze odbierana.
- ⤴ Podstawowa wiedza z zakresu geometrii sferycznej (dziedziny uznawanej w wielu środowiskach za trudną, wręcz akademicką) jest możliwa do skonstruowania przez uczniów z przeciętnej klasy, na zwyczajnej lekcji, w ciągu 45 minut.

Propozycja 2.

Lekcja: Okrąg opisany na trójkącie

Klasa II gimnazjum , 2 godziny lekcyjne

Cele ogólne:

- pogłębianie wiadomości o własnościach trójkąta na płaszczyźnie,
- nabycie podstawowych wiadomości o własnościach trójkąta na sferze,
- kształcenie umiejętności prowadzenia rozumowań matematycznych, wyciągania wniosków i stawiania hipotez,- doskonalenie umiejętności argumentowania i dyskusowania,
- kształcenie umiejętności wykorzystania pomocy naukowych (programów komputerowych i modeli) do pracy badawczej prowadzącej do rozwiązania problemu.

Cele szczegółowe:

Po zajęciach uczeń:

- zna definicję okręgu opisanego na trójkącie,
- potrafi skonstruować okrąg opisany na dowolnym trójkącie na płaszczyźnie,
- zna podstawowe założenia geometrii na sferze dotyczące trójkątów i okręgów,
- potrafi skonstruować okrąg opisany na trójkącie sferycznym,
- uzasadnia następujące stwierdzenia: na każdym trójkącie można opisać okrąg; środek okręgu opisanego na trójkącie leży w punkcie przecięcia symetralnych boków trójkąta,
- podaje podstawowe zastosowania praktyczne zagadnień dotyczących okręgu opisanego na trójkącie

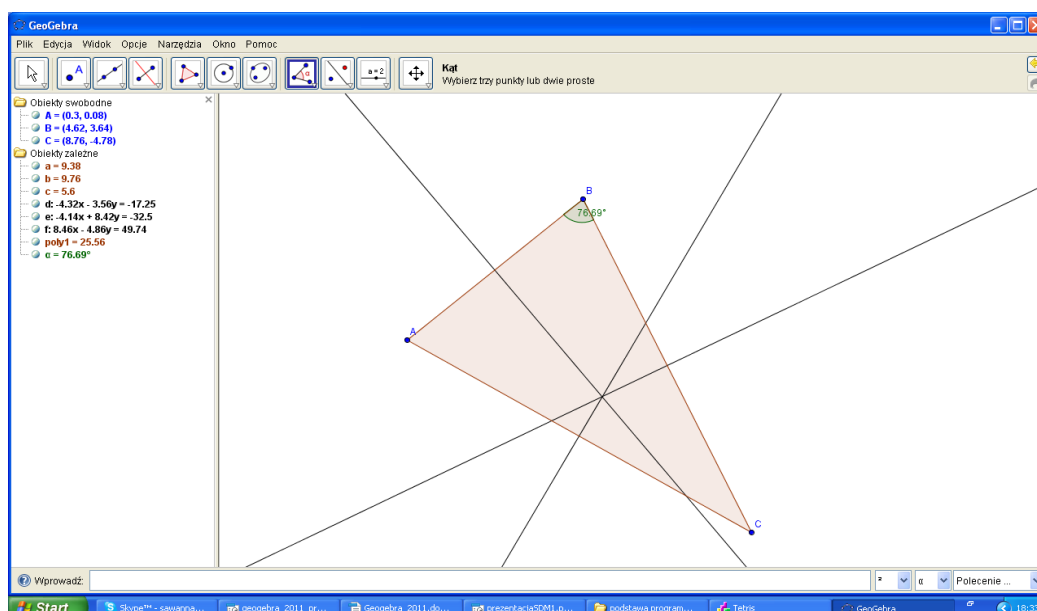
Metody pracy na lekcji: metoda problemowa, dyskusja kierowana, praca z komputerem, ćwiczenia konstrukcyjne

Formy pracy: praca zbiorowa, praca indywidualna (również grupowa, jeśli ilość pomocy naukowych nie pozwala na indywidualną w części badawczej)

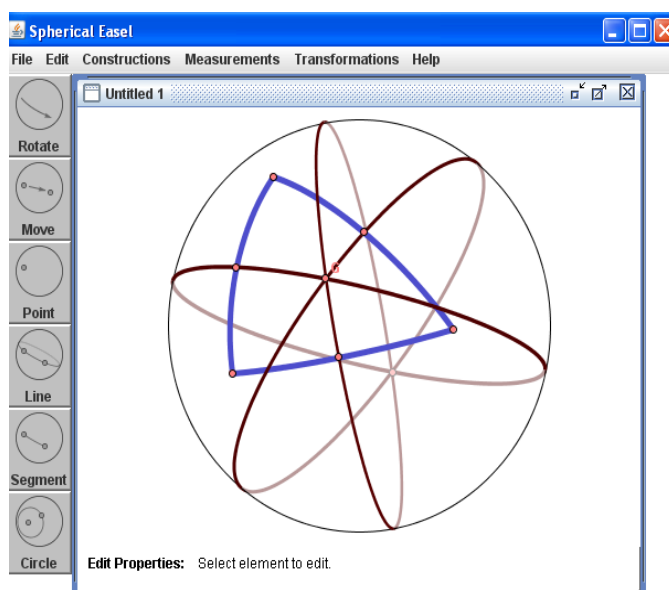
Środki dydaktyczne: Komputer z oprogramowaniem (Geogebra, Spherical Easel), globus, przyrządy geometryczne do konstrukcji na płaszczyźnie, zestaw modeli i przyrządów do konstrukcji na sferze

Kluczowe etapy lekcji:

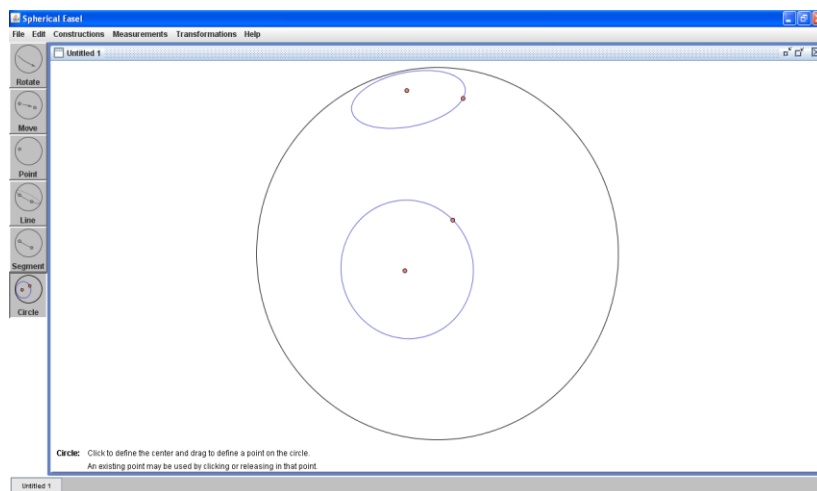
- podanie przez nauczyciela (lub wyszukanie w dowolnych źródłach przez uczniów) definicji okręgu opisanego na trójkącie,
- prowadzenie przez uczniów rozumowania (kierowanego w miarę potrzeby przez nauczyciela) prowadzącego do określenia punktu, który jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie na płaszczyźnie – wychodzimy od definicji okręgu i korzystając z własności symetralnej odcinka określamy punkt równo oddalony od trzech wierzchołków trójkąta,
- postawienie kluczowego pytania: **Czy na każdym trójkącie można opisać okrąg?** Pytanie to można sprowadzić do wersji wyrażonej w kategoriach innych pojęć: **Czy w każdym trójkącie symetralne boków przecinają się w jednym punkcie?**
- prowadzenie przez uczniów pracy badawczej z wykorzystaniem programu Geogebra, której rezultatem ma być weryfikacja hipotezy: Na każdym trójkącie można opisać okrąg.



- sformułowanie wniosku,
- wykonanie konstrukcji trójkąta opisanego na okręgu- w programie Geogebra,- w zeszycie własnoręcznie,
- dyskusja na temat: w jakich sytuacjach praktycznych wiedza o okręgu opisanym na trójkącie może być użyteczna?
- przejście do pracy z powierzchnią sferyczną w postaci globusa i dyskusja na temat: czy wiedza o okręgu opisanym na trójkącie na sferze może być użyteczna? Komu może być potrzebna? W jakich sytuacjach? W jakich dziedzinach?
- **postawienie przez uczniów hipotezy dotyczącej możliwości opisania okręgu na trójkącie sferycznym i wykorzystanie apletu Spherical Easel programu Geogebra do weryfikacji postawionej hipotezy**



- ✧ dyskusja na temat: **Czy podczas pracy z komputerem zweryfikowaliśmy naszą hipotezę? Czy program komputerowy wystarczy, aby badać własności figur na powierzchni zakrzywionej?**



- ✧ wykorzystanie zestawu modeli do geometrii sferycznej do wykonania konstrukcji okręgu opisanego na trójkącie sferycznym,
- ✧ dokonanie przez uczniów porównania własności figur na płaszczyźnie i na sferze w omawianym zakresie,
- ✧ podsumowanie zajęć.

Zdjęcia z przebiegu lekcji (w sali był jeden komputer i tablica interaktywna):





Wnioski:

- ⤴ Można wkroczyć z geometrią sferyczną w dowolnym momencie nauczania geometrii!
- ⤴ Dobrze zaplanowane czynności uczniów z wykorzystaniem dobrze przemyślanych pomocy naukowych prowadzą do samodzielnego konstruowania wiedzy w sposób naturalny, niewymuszony.
- ⤴ Korzystanie z programów komputerowych dotyczących geometrii trójwymiarowej powinno być wspomagane wykorzystaniem innych pomocy dydaktycznych, prawdziwie trójwymiarowych.
- ⤴ Wykorzystanie metody porównawczej daje uczniom możliwość rozszerzenia wiedzy i rozwinięcia ich myślenia matematycznego. Po odbytej lekcji uczniowie powiedzieli: „Nigdy dotąd nie uczyliśmy się geometrii w ten sposób.”

Propozycja 3. - eksperyment

Adrienn Hege, była studentka Eötvös Loránd University w Budapeszcie, Wydziału Edukacji Wczesnoszkolnej, obecnie nauczycielka matematyki, napisała pracę magisterską na temat **“Nauczanie pojęcia kąta w szkole podstawowej z wykorzystaniem metody porównawczej w zakresie geometrii na płaszczyźnie i na sferze”**. W pracy opisała eksperyment przeprowadzony w trzech klasach szóstych (dzieci w wieku 11-12 lat) podczas pięciu kolejnych 45-minutowych lekcji. W eksperymencie wzięły udział trzy klasy: klasa A specjalizująca się w matematyce (6 godzin matematyki tygodniowo) – 10 dziewcząt, 12 chłopców; klasa B, raczej słaba matematycznie – 12 dziewcząt, 11 chłopców; I grupa kontrolna Z ('zene' znaczy po węgiersku 'muzyka'), specjalizująca się w muzyce, ta sama liczba lekcji matematyki, co w klasie B – 18 dziewcząt, 7 chłopców.

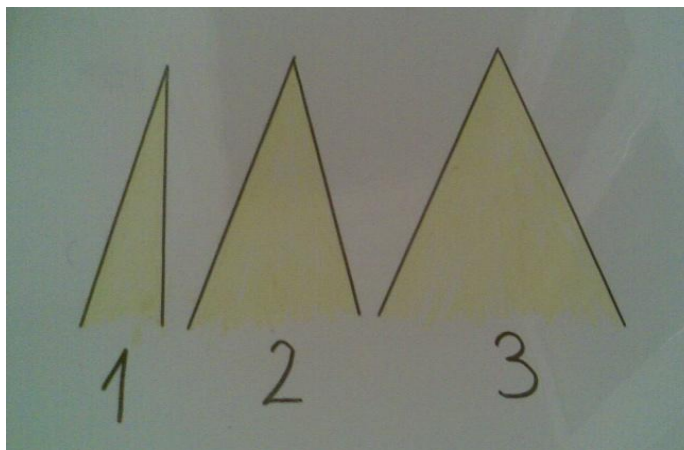
Adrienn przeprowadziła swoje pięć lekcji z geometrii porównawczej w klasach A i B, nauczycielka w klasie Z przeprowadziła lekcje na temat kątów tylko na płaszczyźnie. Po zakończeniu cyklu lekcji wszystkie dzieci pisały tę samą klasówkę z kątów na płaszczyźnie.

Hipoteza badawcza brzmiała: Porównywanie płaszczyzny i sfery pomaga zrozumieć pojęcia z geometrii na płaszczyźnie i powoduje wzrost zainteresowania matematyką poprzez umożliwienie indywidualnych i twórczych działań.

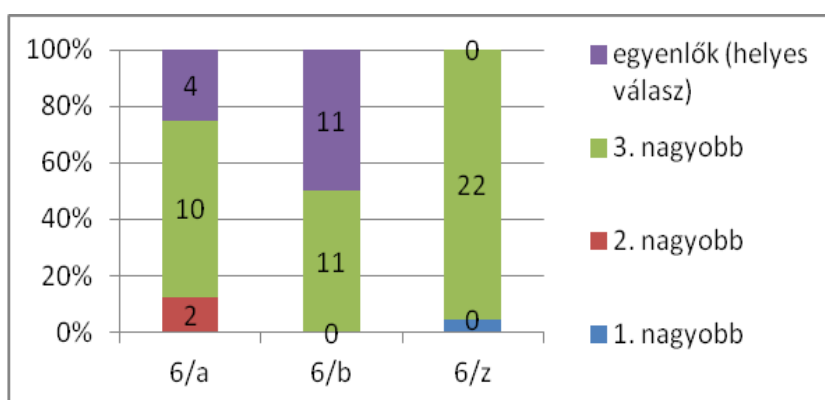
Nacisk położony był na udoskonalenie procesu przyswajania wiadomości z geometrii euklidesowej poprzez badanie dwóch różnych geometrii.

Test i wyniki

Pytanie: Wnętrze którego kąta ma największą powierzchnię?



Odpowiedzi:

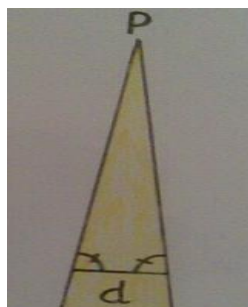


Fioletowy kolor – prawidłowa odpowiedź: wnętrza kątów mają równe pola, zielony – pole wnętrza trzeciego kąta jest największe, czerwony – drugiego, niebieski – pierwszego.

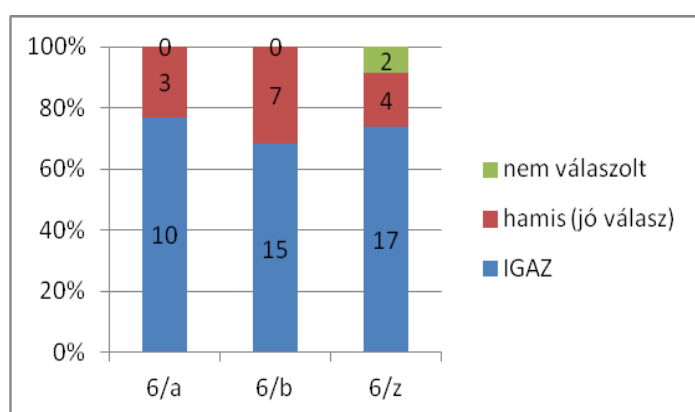
Komentarz dziecka do nieprawidłowej odpowiedzi „pole wnętrza trzeciego kąta jest największe”: „ma największą rozwartość”

Pytanie: Na ramionach kąta odmierzą od wierzchołka odcinki o długości 10 cm i połącz tak otrzymane końce odcinków. Zmierz długość nowego odcinka. Czy prawdą jest, że po

podwojeniu kąta otrzymamy dwukrotnie dłuższy odcinek d ?

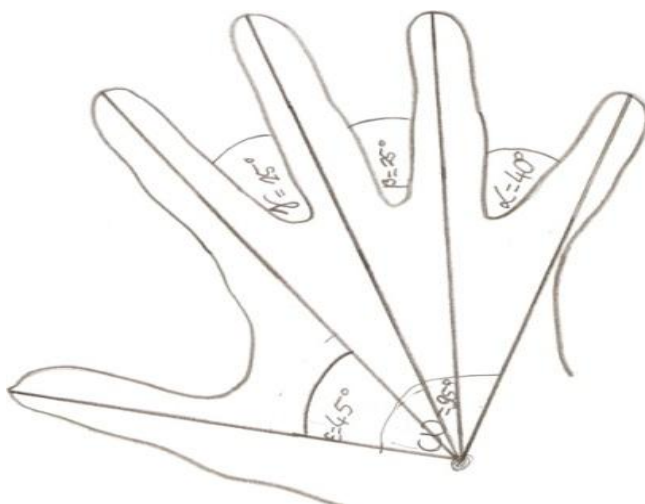


Odpowiedzi:



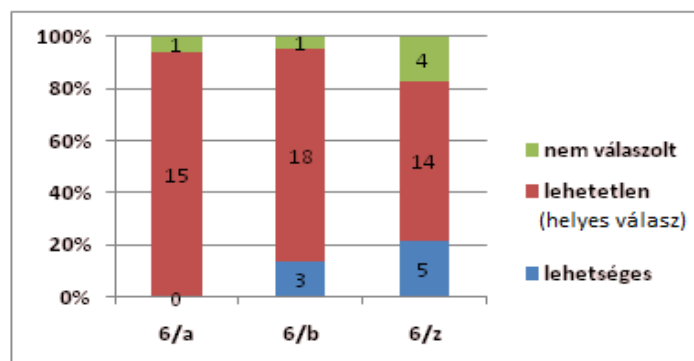
Zielony kolor – brak odpowiedzi, czerwony – prawidłowa odpowiedź, niebieski – nieprawidłowa odpowiedź. Tylko niektóre dzieci z klasy B podały uzasadnienie swojej odpowiedzi.

Polecenie: Rozłóż swoją dłoń tak szeroko, jak możesz, obrysuj ją i oszacuj bez mierzenia kąty między palcami.



Polecenie: Narysuj na płaszczyźnie trzy proste tak, aby pierwsza była prostopadła do drugiej, druga do trzeciej, a trzecia do pierwszej. Czy możesz to zrobić?

Odpowiedzi:



Wyjaśnienia dzieci z klasy B: „Nie można na płaszczyźnie, można w przestrzeni”, „Nie można narysować tak trzeciej prostej, ponieważ będą kąty ostre z dwoma prostymi”.

I tak dalej, pytań było w sumie 12.....

Podsumowanie eksperymentu:

Najwięcej pytań pozostawionych bez odpowiedzi było w klasie Z. Być może jedną z przyczyn była dobra atmosfera na lekcjach w klasach A i B oraz radość, jaka towarzyszyła dzieciom w ich odkryciach matematycznych. Adrienn stwierdziła, że jednym z najważniejszych rezultatów były stosunkowo dobre wyniki klasy B, postrzeganej jako słaba. Różnica pomiędzy oceną semestralną a oceną z testu była największa w klasie B.

Podsumowanie

Zachęcamy Państwa do organizowania uczniom lekcji, podczas których będą oni mogli działać samodzielnie, wykonywać czynności badawcze i dokonywać odkryć matematycznych. Odejdźcie od rutyny – nawet od czasu do czasu - może procentować. Uczniowie na takich lekcjach są partnerami, są stroną czynną w tworzeniu wiedzy. Wpływa to na ich samopoczucie oraz stosunek do przedmiotu i uczenia się w ogólności.

Jeśli potrzebują Państwo więcej wskazówek na temat odkrywania praw geometrii nieeuklidesowych w ścisłym powiązaniu z geometrią płaszczyzny, polecamy naszą książkę:

Trzy światy geometrii. Przygody na płaszczyźnie, sferze i półsferze

Została ona wydana przez Wydawnictwo Dla Szkoły. Zamawiać ją można w sklepie internetowym przez stronę www.dlaszkoly.pl