

XXI Krajowa Konferencja SNM

AKTYWNOŚCI MATEMATYCZNE

Jerzy Nowik (Opole) nowik@op.onet.pl

Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa w Raciborzu

Kości – hazard, zabawa, edukacja

Kości zostały rzucone

Juliusz Cezar 49 r. p.n.e.

Streszczenie. Jest to propozycja wykorzystania kości do kształtowania pojęć matematycznych i rozwijania umiejętności. Pomysły gier i zabaw mogą być wykorzystane na lekcji, w zajęciach pozalekcyjnych, w domu i na wakacjach na różnych poziomach edukacyjnych, choć prezentowane gry są adresowane do uczniów szkoły podstawowej. Obok zabawy powinny być dostrzegane aspekty dydaktyczne, które są wyraźnie zaznaczone w treści opracowania.

Parę słów z historii

Gra w kości jest jedną z najstarszych znanych ludzkości gier. Badacze uważają, że w kości grano już 5000 lat temu. Używano wówczas kości naturalnych pochodzących najczęściej ze stawu skokowego zwierząt, a gra polegała na podrzucaniu kości i odczytywaniu wyniku z ich ułożenia po spadnięciu na ziemię. Gra *astragalami* – tak nazywano te kości – była bardzo popularna, ale służyła głównie do przewidywania losu, dopiero z czasem stała się grą hazardową o wybitnie losowym charakterze. Archeolodzy znaleźli wiele śladów potwierdzających grę w kości w odległych czasach. Znajdowano najczęściej niewielkie, sześciennie kostki do gry wykonane z kości bydła oraz poroża jelenia i sarny. Zdarzały się jednak także kostki kamienne, bursztynowe i z kości słoniowej, a w czasach późniejszych ze szlachetnych kamieni, a nawet ze złota. [Twardecki A. 1995] W Grecji i Cesarstwie Rzymskim gracze w kości tworzyli nawet kluby. Być może, hazard rozwijałby się i kwitł nadal, gdyby nie cesarz Justynian, który w VI wieku naszej ery zakazał uprawiania wszelkich gier traktowanych hazardowo.

Tomasz Borkowski w artykule „Złe gry” [Borkowski T. 1997] pisze: *Jedną z najprostszych gier, znaną już w czasach starożytnych, była gra kośćmi skokowymi (astragalami) bydła, owcy, kozy albo świni. Kości tych zawsze było w bród, nawet w miastach, i nie nadawały się do niczego innego poza grą. Gra astragalami polegała na podrzucaniu ich w górę, kiedy zaś spadły na ziemię, z ich ułożenia odczytywano wynik. Każdej płaszczyźnie odpowiadała określona liczba punktów. Zasady były zatem zbliżone do znanej nam gry w kości, która być może rozwinęła się z tamtej gry.*

Także i w Polsce najdawniejszą znaną grą były kości, o czym wspominają już kroniki z dwunastego wieku. Nałogowych graczy w kości nazywano "kosterami", jak również "kosternikami", zaś samą grę określano mianem "kosterstwa".

Za panowania Kazimierza Wielkiego po raz pierwszy gry stały się przedmiotem aktów prawnych. W *Statucie wiślickim* z 1347 r. głównym obiektem zakazu były kości; cytujemy fragment z zachowaniem pisowni:

81. O grze w kości.

Zgubny nałóg gry w kości ukrócić chcemy. Bowiem przez kości nieraz, za długi swoich synów, niewinni ojcowie tracą całe mienie. Ustanawiamy więc, aby gdy syn będąc pod władzą ojca, w kości gra i jakąś część pieniędzy albo innego majątku przegra, ojciec dopóki żyje, żadnej szkody z tego tytułu nie ma cierpieć, ani płacić. Podobnie, gdyby Żyd takiemu synowi pożyczył pieniądze, za to też ojciec nie powinien cierpieć, ani za syna płacić. I także gdyby syn nie wydzielony z majątku zawarł umowy o rzecz lub dziedzinę, póki ojciec żyje, ani ojciec ani matka nie są zobowiązani umowy takiej dotrzymać.

82. W kości nie mają grać pod zastaw. Ustawa.

Nałóg gry w kości szerzy się wśród szlachty tak, że często upiwszy się pod zastaw pieniądze biorą, aby je na kości przeznaczyć. A zdarza się, że oddają także konie, na których winni służbę rycerską świadczyć. Oddają też dziedziny a potem w ubóstwo wpadłszy na złe drogi schodzą i przed nasz sąd trafiają. Przeto aby nasi oddani jak najszerzej wciąż słynęli nakazujemy, aby od tej pory żaden ziemianin z żadnym cudzoziemcem w kości nie grał, chyba, że na gotowe pieniądze. Jeśliby jednak ktoś nie posłuchał i w kości pod zastaw grał, albo na pożyczki czy też rękojmię, wtedy ani winowajca ani rękojnia nie ma za to cierpieć, ani płacić. A jeśliby ten co wygra naszego dłużnika łąał i obraźliwymi słowy sromocił, ilekroć by przeklął tylekroć karę piętnadzieścia zapłacić ma sąsiadowi drugą taką samą. [STATUTY KAZIMIERZA WIELKIEGO]

Statut zakazuje zatem wszystkim mieszkańcom Królestwa gry w kości o ruchomości, nieruchomości i na kredyt, można było grać tylko na gotówkę. Nie ograniczano się do wydawania samych aktów prawnych i reguł postępowania. W średniowiecznym Krakowie za grę o zbyt duże stawki lub zbyt częste uprawianie tej rozrywki karano grzywną na rzecz miasta. Często były ślubowania od gier. Za przyłapanie na uprawianiu hazardu groziła kara pieniężna w przypadku bogatszych, natomiast uboższych karano chłostą, więzieniem, utratą praw miejskich. W przypadku używania sfałszowanych kostek przez graczy wypędzano ich z miasta.

W wiekach XV i XVI grami, również grą w kości, zajęli się matematycy, próbując określić szanse wygrania, czyli obliczając prawdopodobieństwo zdarzeń. Dziś potrafi zbadać to uczeń szkoły ponadgimnazjalnej, a w przypadku określenia szans wygranej w rzucie kostką sześcienną zrobi to nawet gimnazjalista.

Gra w kości nadal kojarzy się nam z grą hazardową. Kości w kasynach gry są wykonane w formie sześcianu wyważonego gwarantującego jednakowe prawdopodobieństwo wyrzucenia każdej ze ścianek – 1/6. Rzucamy jedną lub kilkoma kośćmi i zależnie od wyrzuconego układu na rzuconych kościach, zgodnego z przewidywaniem gracza, wygrywa on lub

przegrywa – czasem nawet spory majątek. Strategia wygrywania w kości, jeśli taka istnieje, nie jest jednak przedmiotem naszych rozważań, uważa się bowiem, że gra według tych zasad ma charakter losowy.

Kostka, czyli wielościan

Większość kostek używanych do grania ma kształt wielościanów foremnych. **Wielościany foremne** nazywane są też wielościanami albo bryłami **platońskimi**, bowiem to Platon, uznany za najwybitniejszego filozofa starożytności, żyjący w Grecji w latach 427-347 p.n.e., jako pierwszy stwierdził istnienie tych brył i określił ich liczbę. Wielościan foremny musi spełniać warunki:

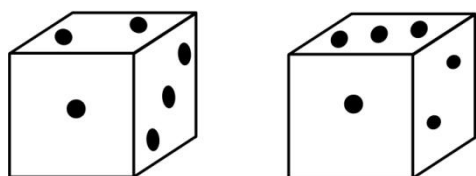
- ściany są przystającymi wielokątami foremnymi,
- w każdym wierzchołku łączy się jednakowa liczba ścian.

Wielościanów platońskich jest tylko pięć. Są to: czworościan sześcienny, ośmiościan, dwunastościan i dwudziestościan

Oprócz wielościanów foremnych wyróżniane są jeszcze wielościany półforemne, zwane też **archimedesowskim**. Ich ściany są wielokątami foremnymi, ale nieprzystającymi, i w każdym wierzchołku spotyka się ta sama liczba takich samych ścian. Istnieje 13 wielościanów półforemnych (15 jeśli liczyć odbicia lustrzane dwóch spośród nich) oraz dwie nieskończone serie. Więcej informacji o ich własnościach, sposobie budowania modeli można znaleźć w Internecie, m.in. na stronie miłośnika brył Piotra Pawlikowskiego <http://snm.org.pl/wotwarty/galpawlik/> oraz w jego książce *W krainie wielościanów. Zrób sobie bryłkę*. [Pawlikowski P. 2008, Pawlikowski P. 2010].

Zostańmy przy bryłach – nie zawsze będących wielościanami, a zwłaszcza wielościanami foremnymi czy nawet półforemnymi, które są jednak wykorzystywane jako kostki do gier. Warunkiem, aby kostka nadawała się do gry, jest nadanie jej takiego kształtu, aby prawdopodobieństwo wypadnięcia każdej ze ścian było takie samo. Nie będziemy tu prowadzić rozważań matematycznych o właściwościach takiej bryły – kostki. Dla naszych potrzeb wystarczy powiedzieć, że taka kostka musi być symetryczna. Pozostawmy jednak rozważania o jej osiach i środku symetrii na inną okazję.

Klasyczną kostką do gry jest sześciennik. Kostka o tym kształcie używana była od najdawniejszych czasów. Na ściankach rozmieszczone są kropki – oczka wg zasady, że suma oczek na przeciwległych ściankach jest taka sama. Łatwo sprawdzić, że suma ta jest równa 7. Czasem zamiast kropek zapisane są cyfry od 1 do 6. Zależnie od układu kropek rozróżniamy kostki lewo i prawoskrętne.



Kostka prawoskrętna kostka lewoskrętna

Dobrze jest mieć kilka, a nawet kilkanaście kostek sześciennych w różnych kolorach, mogą mieć też różną wielkość. Takie cechy pozwalają rozróżniać kostki podczas jednego rzutu

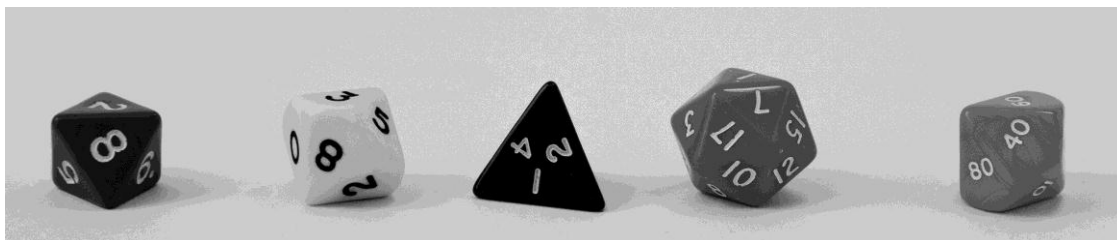


kilkoma kostkami, a czasem można ustalać ich hierarchię.

Wspomniane wcześniej pozostałe kostki będące modelami wielościanów foremnych lub półforemnych z pewnością urozmaicą zabawę. Przypomnijmy, że są to kostki o 4, 6, 8, 12 i 20 ścianach. Dla miłośników gier oraz zabaw matematycznych polecam kostki nietypowe, jak 32-ścienną, a nawet 100-ścienną



Bardzo użyteczna w grach i zabawach jest kostka dziesięciościenna. Ma najczęściej kształt złożonych podstawami ostrosłupów o podstawie pięciokąta, a jej ścianki są trójkątami. Spotyka się ją w dwóch wersjach. Jedna ma na ściankach zapisane liczby jednocyfrowe – od 0 do 9 (druga od lewej), a druga pełne dziesiątki (piąta od lewej), czasem można spotkać też kostki z setkami.

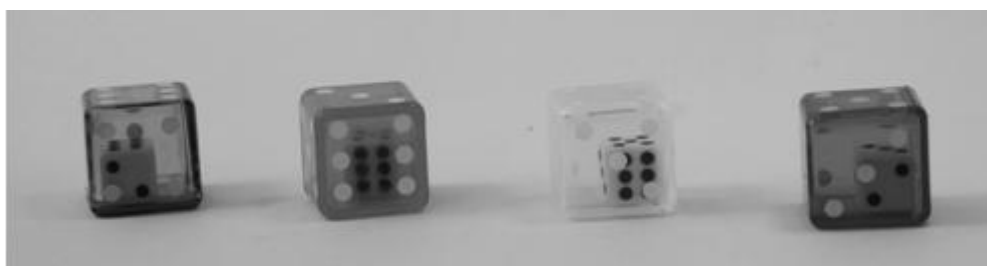


Do gier i zabaw można też używać odpowiedników kostek, np. w kształcie beczulek. Nie zawsze spełniają warunki stawiane kostkom symetrycznym



Zainteresowanym kolekcjonowaniem kostek polecamy stronę internetową holenderskiego kolekcjonera <http://home.hccnet.nl/vd.heijdt/mini-dice-museum.htm>. Jest co oglądać!

Ostatnio ukazały się w sprzedaży „kostki w kostce”. Np. w kostce sześciennej jest druga kostka sześcienna, a nawet może być w drugiej kolejna – trzecia. Można jej używać zamiast rzutu dwiema lub trzema kostkami.



Spotykamy też kostki ze znakami działań, oznaczone kolorami lub innymi symbolami. Można też używać tzw. kostek „czystych” bez żadnych znaków i na ich ściankach zapisywać potrzebne do gry symbole, kolory lub znaki działań arytmetycznych.



Wiedząc już co nieco o samych kościach i kostkach, zobaczmy, jak można wykorzystać kostki na zajęciach szkolnych oraz w ramach tzw. zajęć pozalekcyjnych. Dobór gry dla dzieci zależy od ich poziomu umiejętności oraz stopnia zaawansowania rachunkowego.

Wykorzystanie w dydaktyce gier z użyciem kości

Do popularnych gier planszowych i innych używa się kości z drewna lub tworzyw sztucznych, które nie zawsze gwarantują jednakowe szanse wypadnięcia każdej ścianki. Najpopularniejszą formą jest sześciian z oczkami lub cyframi ułożonymi tak, że suma oczek na przeciwległych ściankach jest równa siedem. Oprócz kostek sześciennych można stosować wspomniane wcześniej kostki o innej liczbie ścian, które pozwalają znacznie urozmaicić zabawę. Warto wiedzieć, że jednym z pierwszych, który zastosował kostkę dwunastościenną do gry już w 1943 roku był znakomity matematyk polski prof. Karol Borsuk, a opracowana przez niego gra **Hodowla zwierzątek** dziś przeżywa swój renesans pod nazwą **Superfarmer**. W ostatnich latach nastąpił rozwój tzw. gier **RPG**, w których stosuje się kości o różnej liczbie ścian, często specjalnie zdobionych, zależnie od fabuły gry, a przewodniki do tych gier sięgają kilkuset stron.

Grać można w kości bez dodatkowych rekwizytów lub kości są elementem innych gier, np. w wielu grach planszowych, poczynając od nieśmiertelnego, znanego wszystkim, chińczyka, do różnego rodzaju torów przeszkód, „wyścigówek” itp. Trzeba w nich przesuwac pionki na planszy o tyle pól, ile jest oczek na wyrzuconej kostce. Po drodze gracz napotyka na pola premiowane, np. dodatkowym rzutem lub przesunięciem o kilka miejsc do przodu, lub pola karne – pułapki, na których gracz traci kolejkę rzutu lub cofa się o kilka pól do tyłu, a nawet do początku gry. Jeśli każdy z grających porusza się tylko jednym pionkiem, gra ma charakter wyłącznie losowy. Ale wystarczy dać grającym co najmniej dwa pionki, którymi może poruszać się w dowolnej kolejności, gra staje się losowo-strategiczną, bowiem grający ma możliwość wyboru ruchu tym pionkiem, który przyniesie mu korzyść, nie narażając na straty.

Zatem grający zaczyna „kombinować”, czyli po prostu myśleć. W tym miejscu, nauczyciel znający zasady gry powinien zastanowić się nad możliwością wykorzystania gry w procesie edukacyjnym, a konkretnie do wspierania rozwoju umysłowego dziecka, gdyż do takiego odbiorcy adresowana jest duża ilość gier planszowych.

Można też zmieniać reguły gry, oczywiście przed jej rozpoczęciem, a nie w trakcie, przez co gra może stać się bardziej atrakcyjna.

Nie będziemy się tu zajmować grami dydaktycznymi jako metodą nauczania, gdyż metoda ta została szeroko opisana w literaturze pedagogicznej.[Kruszewski K. 2005, Niemierko B. 2007]. Warto wspomnieć jednak o pracy Gabrieli Kapicy *Rozrywki umysłowe w nauczaniu początkowym*. [Kapica G. 1986] Autorka wyjaśnia rolę gier i zabaw w edukacji wczesnoszkolnej (dawniej nauczaniu początkowym), zwracając uwagę na wykorzystanie koncepcji rozwiązywania problemów opracowaną przez J. Kozińskiego w grach dydaktycznych. [Koziński J. 1969] Pokazuje w swojej książce, że rozwiązywanie łamigłówek to sposób myślenia podobny do rozwiązywania problemów:

Dostrzeganie problemu – uczeń dostrzega problem, czyli odkrywa go i uświadamia sobie, że wiedza, którą dysponuje, nie jest wystarczająca, aby osiągnąć cel.

Analiza sytuacji problemowej – uczeń analizuje informacje zawarte w fazie początkowej oraz cel, jaki ma osiągnąć. Bada, jakie są rozbieżności między tym, co jest dane, a tym, co jest pożądane – szukane.

Wytwarzanie pomysłów rozwiązania – w tej fazie uczeń wytwarza nowe informacje niezbędne do rozwiązania problemu – pomysły rozwiązania. Mogą to być hipotezy, domysły, projekty odkrycia, które będą potem weryfikowane.

Weryfikacja pomysłów rozwiązania problemu – celem tej fazy jest ocena pomysłów rozwiązania problemu, sprawdzenie ich wartości. W wyniku weryfikacji pomysłów – uczeń przyjmuje pomysł jako rozwiązanie lub go odrzuca.

Powrót do faz poprzednich – uczeń może wrócić do każdego wcześniejszego etapu rozwiązania, dostrzec nowe zależności, nowy pomysł rozwiązania lub odrzucić wcześniej zaakceptowany. Przyczyną powrotu mogą być też niepowodzenia w fazach następnych, a powroty mogą być wielokrotne.

Nie wszystkie wymienione fazy muszą występować podczas gry, ponadto przy pewnej wprawie grający przechodzi z jednej fazy do następnej, często nie uświadamiając sobie ich istnienia. Dostrzec je może wnikliwy obserwator, czyli odpowiednio przygotowany nauczyciel. Jest rzeczą oczywistą, że większość ludzi, grając w różne gry, nie zastanawia się nad dydaktycznymi aspektami gier, a doskonale się przy tym bawią. Ale czy to jest tylko zabawa? Przecież rozwiązują poważne problemy, a często sami stawiają sobie zadania trudne, jak choćby w popularnej grze **Monopoly**.

Planując wykorzystanie gier w procesie dydaktycznym, warto pamiętać o podstawowej zasadzie działania dydaktycznego – *co chcę osiągnąć?* Działanie ma być celowe. Zachęcam

zatem do dokładnego zapoznania się z instrukcją gry i wcześniejszego przećwiczenia gry, którą zamierzamy zastosować z uczniami. Po drugie, warto postawić sobie kilka pytań, np.:

1. *Jakie czynności wykonuje dziecko podczas gry?*
2. *Jakie, poznane wcześniej, umiejętności matematyczne rozwijają uczniowie podczas gry?*
3. *Jakie nowe wiadomości i umiejętności zdobywają uczniowie podczas gry?*
4. *Jakie umiejętności poznaje lub rozwija dziecko świadomie, a jakie rozwija, nie wiedząc o tym?*
5. *Jakie elementy wychowawcze występują podczas gry?*

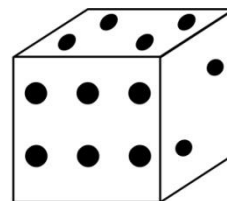
Taka analiza umiejętności z pewnością ułatwi nam pracę z dziećmi, a zabawa będzie miała cenne walory edukacyjne.

Propozycje gier i zabaw z wykorzystaniem kości

Przedstawiam kilka wybranych propozycji wykorzystania kostek sześciennych na zajęciach matematycznych w edukacji wczesnoszkolnej oraz w starszych klasach szkoły podstawowej. Zainteresowanym polecam bogatą literaturę dotyczącą gier oraz pomysły w Internecie. Przedstawione propozycje potraktujmy jako pomysły, które można rozwijać, zmieniać, najlepiej przy udziale uczniów. Niektóre z tych propozycji mogą stać się tematami prac projektowych do rozwiązywania w grupach uczniowskich.

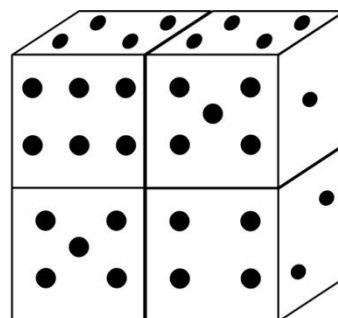
Poznajemy kostkę

Znając zasadę budowy kostki sześcienniej (suma oczek na przeciwległych ściankach jest równa 7) ustal, ile oczek jest na niewidocznych ściankach. Zakładamy, że dziecko widzi tylko trzy ścianki kostki. Podobnie jest w zabawach następnych.



Co pod spodem, a co z boku?

Układamy cztery kostki w „kwadrat”, np. jak na rysunku, odczytujemy i zapisujemy liczbę oczek na każdej widocznej ściance kostek. Formułujemy zadania:

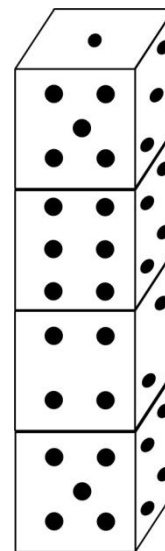


1. Odgadnij wyniki na dolnych ściankach kostek.
2. Oblicz sumę oczek na dolnych ściankach kostek.
3. Ustal wyniki na bocznych – widocznych (zewnętrznych) – ściankach kostek.
4. Oblicz sumę oczek na bocznych – zewnętrznych – ściankach kostek.
5. Oblicz sumę oczek na bocznych – wewnętrznych – ściankach kostek.
6. Ile oczek jest na niewidocznych ściankach?

7. Jaka jest suma oczek na ściankach stykających się ze sobą w poziomie (płaszczyźnie poziomej), jaka jest suma na niewidocznych wewnętrznych ściankach pionowych?
8. Czy w każdym przypadku jesteś w stanie podać pewny wynik?
9. Jakie inne pytania można jeszcze postawić?

10. Budujemy wieżę

- Ułóż z 4 kostek wieżę (jak na rysunku obok) i policz sumę oczek na wszystkich widocznych ściankach.
- Ułóż jeszcze raz i oblicz podobnie.
- Jaka może być najmniejsza suma? A największa?
- Czy potrafisz określić sumę oczek na niewidocznych ściankach kostek?
- Czy potrafisz podać sumę oczek na ściankach stykających się ze sobą?
- Teraz spróbuj rozwiązać ten sam problem z 3, 5 lub 6 kostkami.
- Jakie inne pytania można postawić?

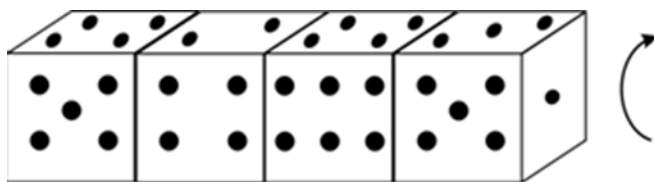


Co będzie, jeśli obrócę szereg?

Weź np. 4 kostki do gry i ułóż je osobno przed sobą

- Jaka jest suma oczek na górnych ściankach?
- Teraz wszystkie kostki jednakowo przewróć na bok – w prawo. Jaka jest teraz suma oczek na górnych ściankach?
- Przewróć je jeszcze raz. Jaka jest teraz suma oczek na górnych ściankach?
- Zbadaj ten problem.
- Co się zmieni, gdy kostek będzie 5?

Rzucamy 4 kostkami i układamy je w szeregu, tak jak na rysunku.



- Jakie ścianki będą widoczne, jeśli obrócimy kostki zgodnie ze strzałką – w przód?
- Jakie ścianki będą widoczne, jeśli obrócimy kostki w przeciwną stronę strzałki – do siebie?
- Jakie ścianki będą na górze, jeśli obrócę każdą kostkę w prawo (w lewo)?
- Jakie ścianki będą na górze, jeśli obrócę każdą kostkę najpierw w prawo, a potem do przodu?

Czy potrafisz przewidzieć wynik?

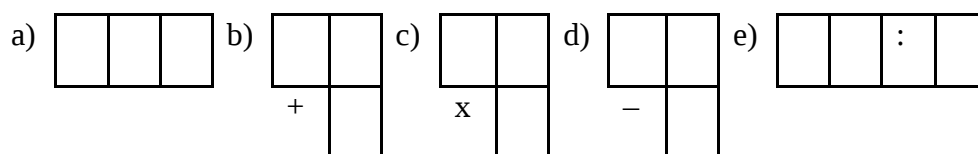
Gra utrwala rozumienie dziesiętkowego systemu pozycyjnego oraz rozwija sprawność rachunkową

Liczba grających – nieograniczona.

Rekwizyty: kartka papieru i jedna kostka 10-ścienna z cyframi.

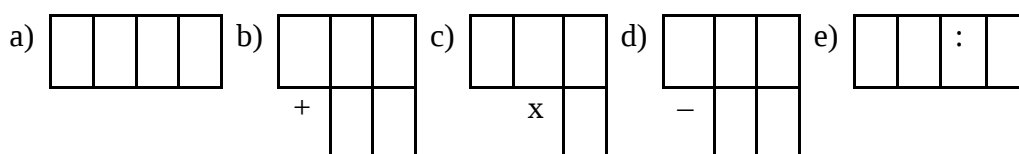
Zasady gry

Prowadzący lub uczestnicy przygotowują na kartkach diagramy wg wzorów.



1. Prowadzący rzuca 3 razy kostką, a uczestnicy wpisują kolejno wyrzucone cyfry w kratki diagramu, bezpośrednio po każdym rzucie. Wygrywa ta osoba, która zapisze liczbę największą (najmniejszą).
2. Prowadzący rzuca 3 razy kostką, a uczestnicy wpisują kolejno wyrzucone cyfry w kratki diagramu. Wygrywa ta osoba, która zapisze liczby dające największą (najmniejszą) sumę utworzonych liczb.
3. Prowadzący rzuca 3 razy kostką, a uczestnicy wpisują kolejno wyrzucone cyfry w kratki diagramu. Wygrywa ta osoba, która zapisze liczby dające największy (najmniejszy) iloczyn utworzonych liczb.
4. Prowadzący rzuca 3 razy kostką, a uczestnicy wpisują kolejno wyrzucone cyfry w kratki diagramu. Wygrywa ta osoba, która zapisze liczby dające największą (najmniejszą) różnicę utworzonych liczb.
5. Prowadzący rzuca 3 razy kostką, a uczestnicy wpisują kolejno wyrzucone cyfry w kratki diagramu. Wygrywa ta osoba, która zapisze liczby dające największy (najmniejszy) iloraz utworzonych liczb.

Zabawę można wykorzystać jako podstawę do dyskusji na temat strategii o kolejności wpisywania cyfr w okienkach zależnie od wyrzuconej liczby oczek. W klasach starszych można zwiększyć liczbę okienek do wypełnienia stosownie do poznanego zakresu liczbowego.



Odliczanie

*Gra pomocna przy nauce liczenia dla pierwszoklasistów. Jest to odmiana starej hazardowej gry **Zamknij Pudełko**. Wymaga użycia prostej planszy oraz 10 żetonów dla każdego gracza. Zamiast planszy i żetonów można użyć zwykłych kart do gry. Pola planszy (karty) zakrywamy zgodnie z wynikami rzutów kośćmi.*

Liczba kości: 2 (sześciennie lub inne)

Liczba graczy: 2 lub więcej

Rekwizyty: plansza + żetony dla każdego gracza

Plansza do gry

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Zasady gry:

Rozpoczyna najmłodszy gracz (lub wybrany przez losowanie).

Gracz w swojej kolejce rzuca tylko raz dwiema kostkami i próbuje zakryć żetonami jak największą ilość pól.

Pola zakrywa się w dowolnej kolejności, wykorzystując rzut dwoma kostkami. Wyrzucone oczka na każdej kości można sumować, odejmować, mnożyć lub dzielić. Można zakryć pola równe wynikowi wykonanego działania arytmetycznego. Jeden rzut może być wykorzystany do zakrycia jednego pola. Jeżeli gracz wyrzuci dwie szóstki (lub inne ustalone wcześniej liczby), to musi odkryć wszystkie pola, które dotychczas zakrył. Początkowo gracz może zakryć kilka pól. Potem może się zdarzyć, że nie może zakryć żadnego, bo są już zakryte. Wygrywa ten z graczy, który zakryje wszystkie swoje pola.

Innym wariantem może być użycie kostek 10-sciennych i powiększenie planszy z liczbami do 20. Zasady mogą być niezmienione lub dostosowane do zainteresowania uczestników.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Goły wróbel

Gra rozwija umiejętność dodawania i odejmowania, można też rozwijać inne sprawności rachunkowe.

Liczba kości: 1 (sześcienna lub 10-ścienna)

Liczba graczy: 2 lub więcej

Zasady gry:

Każdy gracz rzuca kostką 7 razy po kolei. Liczbę oczek pierwszego i drugiego rzutu sumuje się,

trzeciego odejmuje,

czwartego dodaje,

piątego odejmuje,

szóstego dodaje,

siódmego odejmuje.

Zwycięża osoba, która uzyskała najwyższy rezultat.

Można wprowadzić też inne działania zależnie od stopnia zaawansowania rachunkowego grających.

Żuczek

Gra dla dzieci, w której chodzi o jak najszybsze narysowanie "żuczka" według rzutów kostką.

Liczba kości: 1 kostka sześcienna

Liczba graczy: 2+

Rekwizyty: kartka i długopis dla każdego gracza

Zasady gry:

W swojej kolejce gracz rzuca raz kostką.

Trzeba rzucać liczby w określonej kolejności,

żeby kolejno rysować części "żuczka":

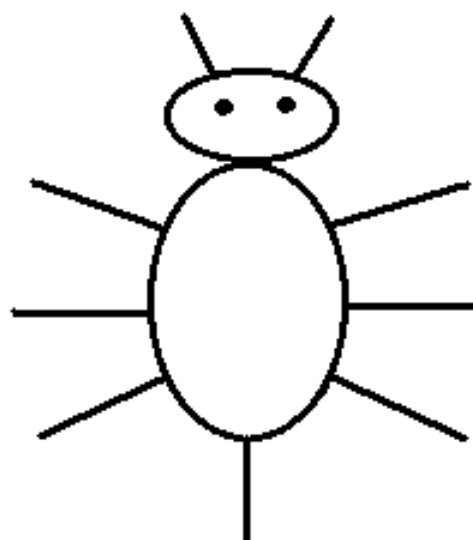
[1] – tułów

[2] – głowę

[5] – jeden czółek

[5] – drugi czółek

[4] – prawe oko



[4] – lewe oko

[3] – trzy nogi z prawej

[6] – ogonek

[3] – trzy nogi z lewej

Wygrywa ten, kto narysuje najszybciej swojego żuczka. Można dla ułatwienia przyjąć zasadę rysowania w dowolnej kolejności, czasem wychodzą przy tym zabawne sytuacje dopasowania np. tułowia do narysowanych wcześniej innych elementów rysunku.

Używając kostki 10-ściennej można każdej liczbie od 0 do 9 przypisać inny fragment rysunku.

Eliminatka

Klasyczna gra rodzinna na punkty. Pechowe w tej grze jest wyrzucenie "dwójki" lub "piątki".

Liczba kości: 5 kostek sześciennych lub innych

Liczba graczy: 2 lub więcej

Rekwizyty: kartka, długopis

Zasady gry:

Rozpoczyna gracz wybrany przez losowanie.

Po każdym rzucie gracz odkłada kości i zdobywa punkty według poniższych reguł:

- gdy wyrzuci "dwójkę" lub "piątkę", to odkłada te kości na bok; nie zdobywa punktów za ten rzut; kolejny rzut wykonuje pozostałymi mu jeszcze kośćmi;
- gdy wśród wyrzuconych kości nie ma "dwójki" ani "piątki", to gracz dopisuje do swojego konta sumę oczek na wyrzuconych kościach; wykonuje następny rzut.

Gracz rzuca, dopóki nie odłoży wszystkich kości.

Gra toczy się do 100 punktów. Od momentu, gdy pierwszy z graczy przekroczy tę granicę, pozostali mają jeszcze jedną kolejkę rzutów. Wygrywa gracz, który uzbiera najwięcej punktów.

Dodawanie

Prosta gra arytmetyczna dla dzieci rozwijająca sprawność rachunkową.

Liczba kości: 5 kostek sześciennych lub 10-ściennych

Liczba graczy: 2 lub więcej

Rekwizyty: kartka papieru, długopis

Zasady gry:

Rozpoczyna gracz, który wyrzuci największą liczbę. Gracz w swojej kolejce może rzucić maksymalnie 5 razy. Po każdym rzucie musi odłożyć co najmniej jedną kostkę i rzucić pozostałymi. Odłożone kości na koniec dają wynik, który gracz dopisuje do swojego konta. Wygrywa gracz, który jako pierwszy zgromadzi 300 punktów. Używając kostek 10-ściennych można ustalić wynik kończący na 500 punktów.

Niebo i piekło

Gra rozwijająca sprawność rachunkową.

Liczba kości: 2 kostki sześcienne lub kostki 10-ścienne – jedna z jednościami, druga z dziesiątkami

Liczba graczy: 2 lub więcej

Rekwizyty: kartka, długopis

Zasady gry:

Na początku gry ustalamy ilość kolejek rzutów.

W każdej kolejce gracze rzucają jeden raz dwoma kostkami.

Oczka wyrzucone jako górne liczone będą jako dziesiątki (1 oczko = 10, 2 = 20), natomiast oczka znajdujące się na odwrocie kostki (dolne) liczone będą tradycyjnie (1 oczko = 1 punkt, 2 = 2 itd.).

Oczka górne nazwiemy **niebem** natomiast dolne – **piekłem**.

Gracz, który po ustalonej ilości kolejek, zdobył największą ilość punktów – zwycięża w grze.

Przykład

Przy wyrzuceniu oczek 5 i 3 punkty zaliczamy w następujący sposób:

5 u góry = 50, 2 na dole = 2, czyli 52 pkt.

3 u góry = 30, 4 na dole = 4, czyli 34 pkt.

Rezultat pierwszego rzutu = 86 pkt.

Używając wspomnianych kostek 10-sciennych wartości wyrzuconych liczb są odczytywane na poszczególnych kostkach.

Pięćdziesiąt

Gra rozwijająca sprawność rachunkową.

Liczba kości: 2 kostki sześciennie

Liczba graczy: 2 lub więcej

Rekwizyty: kartka, długopis

Zasady gry:

Rozpoczyna gracz, który wyrzuci największą liczbę. Gracz w swojej kolejce rzuca tylko raz. Liczy się tylko wyrzucenie dubletu – na obu kostkach takiej samej liczby oczek.

Punktacja:

[6][6] – 25 punktów

[3][3] – utrata wszystkich uzyskanych dotychczas punktów

pozostałe dublety – 5 punktów

Wygrywa gracz, który jako pierwszy zgromadzi 50 punktów.

Używając kostek 10-sciennych można zmienić granicę wygranej na 100 punktów i ustalić dodatkową premię np. 50 za wyrzucenie dwóch dziesiątek.

Setka

Gra rozwijająca sprawność rachunkową – dodawanie i mnożenie.

Liczba kości: 2 kostki sześciennie

Liczba graczy: 2 lub więcej

Rekwizyty: kartka, długopis

Zasady gry:

Gracze rzucają kolejno dwiema kostkami. Jeżeli gracz wyrzuci dwie różne liczby oczek, zapisuje ich sumę. Jeżeli wyrzuci dublet (tyle samo oczek na obu kostkach), zapisuje ich iloczyn. Zwycięża ten, kto najszybciej uzyska lub przekroczy sto punktów.

Sto dwa

Gra rozwijająca sprawność rachunkową.

Liczba kości: 2 kostki sześciennie lub inne odpowiednio do poziomu sprawności rachunkowej grających

Liczba graczy: 2 lub więcej

Rekwizyty: kartka, długopis

Zasady gry:

Rozpoczyna gracz wybrany przez losowanie. Gracz w swojej kolejce rzuca tylko raz dwiema kośćmi. Każdorazowo do swojego konta dopisuje sumę wyrzuconych oczek. Za wyrzucenie na obu kościach identycznej ilości oczek otrzymuje dodatkowo 20 punktów (bonus za dublet). Jeżeli jeden z graczy przekroczy 102 punkty, to pozostali gracze mają jeszcze jedną, ostatnią kolejkę rzutów. Wygrywa gracz, który zgromadzi najwięcej punktów.

21 – oczko

Gra rozwija sprawność rachunkową.

Liczba kości: 1 kostka sześcienna

Liczba graczy: 2 lub więcej

Rekwizyty: kartka, długopis

Zasady gry:

Gracze rzucają kolejno kostką, zapisując każdorazowo ilość wyrzuconych oczek. Osoba, która w wyniku następnych rzutów uzyskała jako pierwsza sumę 21 oczek – wygrywa.

W rozszerzonym wariantcie gry można premiować dużymi punktami osobę, która w kolejnych rzutach jako pierwsza uzyska sumę:

7 oczek – jednym punktem.

14 oczek – dwoma punktami.

21 oczek – pięcioma punktami.

Gracz, którego premiuje się przykładowo za uzyskanie 7 oczek jednym punktem, rozpoczyna liczenie oczek od początku. Jeżeli jednak zrezygnuje z zapisania mu punktu może zaryzykować w kolejnych rzutach sumy oczek wyżej premiovanych (tj. 14 lub 21 oczek).

Osoba, która przekroczy limit 21 oczek nie uzyskuje żadnego punktu. Zwycięża gracz, który jako pierwszy uzyska sumę 21 dużych punktów.

Kostki w grach planszowych

Większość popularnych gier planszowych (jak już wspominałem) wykorzystuje kostki – najczęściej sześciennie, pionki oraz oczywiście planszę, na której wytyczona jest np. trasa, po której grający poruszają się pionkami o taką liczbę pól – miejsc, ile oczek wypadnie na kostce. Po drodze grający napotykają przeszkody, przy których tracą kolejkę rzutu lub cofają się o określoną liczbę miejsc. Czekają też premie w postaci dodatkowych rzutów lub przesunięcia się o określoną liczbę miejsc do przodu. Czasem po drodze trzeba rozwiązywać dodatkowe zadania, odpowiadać na pytania itp. Rozegranie kilku kolejek zgodnie z zasadami opisanymi w instrukcji staje się mniej atrakcyjne dla dziecka. Warto wtedy zastanowić się nad zmianą reguł, które mogą uatrakcyjnić grę. Pierwszą zmianą może być zastosowanie innej kostki, np. o 8 ściankach lub 10. Kolejne mogą polegać na wykorzystaniu 2 kostek, przy których grający może przesuwać swój pionek o liczbę będącą sumą lub różnicą liczby oczek na każdej kostce. Wtedy gra nabiera walorów gry losowo-strategicznej. Grający wybiera, co jest dla niego korzystniejsze – przesunąć się dalej, ale trafić na pułapkę – przeszkodę, czy przesunąć się bliżej, ale w miejsce bezpieczne. Użycie w tym przypadku kostek 10-ściennych zmusza grającego do wykonywania działań – dodawania i odejmowania w zakresie 20, co dodatkowo wpływa na sprawność rachunkową dziecka.

Można też grać trzema kostkami, a o przesunięciu pionka decyduje liczba będąca wynikiem możliwych do wykonania działań, dodawania i odejmowania wyrzuconej liczby oczek, np. po wyrzuceniu 7, 3 i 5 można przesunąć się o $7+3-5$ lub $7+5-3$ lub $3+5-7$. Można dodatkowo skorzystać z kostki z wybranymi działaniami opisanymi na ściankach.

Nowe reguły mogą być wprowadzane w momencie, gdy gra staje się dla uczestników nużąca. Trzeba jednak pamiętać, że zawsze muszą być ustalane przed rozpoczęciem gry, a nie w trakcie.

Przed wyborem gry dla dzieci warto zastanowić się nad edukacyjnymi możliwościami jej wykorzystania. Czy jest to tylko bezmyślne rzucanie kostką, czy można przy okazji zastanowić się nad wyborem ruchu, a może również policzenia? Czasem rodzice naszych uczniów zarzucają nauczycielowi, że dzieci nie uczą się, tylko bawią się na zajęciach szkolnych. Warto wtedy rozważyć możliwość pokazania rodzicom różnych gier i wskazania ich aspektów edukacyjnych. Może wtedy zmienią zdanie na gry i zabawy i sami wezmą udział w grze, a przy okazji, kupując dziecku zabawkę, zastanowią się nad jej walorami edukacyjnymi.

Kostki są stosunkowo niedrogim rekwizytem, który, jak starałem się to wykazać, może być wykorzystany w edukacji matematycznej, do czego zachęcam.

Literatura

- Borkowski T.: (1997) *Złe gry*. „Wiedza i Życie” nr 2/1997.
- Dąbrowski M. (1992) *Czy potrafisz wygrać?* WSiP Warszawa.
- Glonnegger E. (1987) *Leksykon gier planszowych*. Kaliope Warszawa.
- Halbig J. (1994) *Zabawy z kostkami do gry*. Jedność Kielce.
- Kapica G.: (1986) *Rozrywki umysłowe w nauczaniu początkowym*. WSiP, Warszawa.
- Kozielecki J.: *Rozwiązywanie problemów*. PZWS Warszawa 1969
- Kruszewski K. Red.: *Sztuka nauczania. Czynności nauczyciela*. WN PWN Warszawa 2005
- Matthews J. (1992) *Kiermasz pomysłów. Matematyka 0-3*. WSiP, Warszawa,.
- Niemierko B.: *Kształcenie szkolne. Podręcznik skutecznej dydaktyki*. WAiP, Warszawa 2007
- Pawlikowski P. (2008) *W krainie wielościanów. Zrób sobie bryłkę*. Wydawnictwo NOWIK, Opole.
- Pawlikowski P., (2010) *Bryłki dla każdego. Spróbuj i ty!*, Wydawnictwo NOWIK, Opole
- Pijanowski L. (1972) *Przewodnik gier*. Warszawa: Iskry
- Rycerz Twardy, *Sześciennie kości do gry w średniowieczu na obszarze Polski*
<http://najemni.legnica.pl/index.php>
- STATUTY KAZIMIERZA WIELKIEGO
- Twardecki A.: (1995) *Gra w kości w starożytności*. „Wiedza i Życie” nr 6/1995

Warto zajrzeć na strony:

- Ciekawe i niezwykle wielościany: <http://snm.org.pl/wotwarty/galpawlik>
- Kolekcjoner kości: <http://home.hccnet.nl/vd.heijdt/>
- Strona o grach w kości: <http://www.kosteczki.republika.pl/pliki/main.html>