

XXI Konferencja SNM

KONSTRUKCJE GEOMETRYCZNE

Krystyna Dalek, (Warszawa), dalek@mimuw.edu.pl

Małgorzata Zbińkowska (Pruszków), mzbin@poczta.onet.pl

Geometria cyrkla i linijki – Witraże, okna, portale.

Streszczenie. W wielu starych kościołach, katedrach i innych budowlach z epoki średniowiecza, urzekają nas okna, witraże, portale i inne elementy dekoracyjne. Ówczesni budowniczowie musieli mieć ogromną artystyczną wyobraźnię, ale też i wiedzę geometryczną. Na zajęciach pokażemy przykłady często spotykanych ornamentów, które zostały wykonane przy zastosowaniu najprostszych konstrukcji geometrycznych - kół i trójkątów równobocznych. Wszystkie rysunki zostały wykonane do podanych algorytmów, przez Małgorzatę Zbińkowską w geogebra,

Wszystkie podane przykłady ornamentów pochodzą z opracowania MUED Freiarbeit mit Karteikarten Klasse9/10. Kirchen und andere Fenstern.

Uwagi wstępne

Przedstawiamy 15 konstrukcji w postaci podania dokładnego algorytmu. Wszystkie oparte są o rysowanie okręgów, odcinków i trójkątów równobocznych. Niektóre z nich są na tyle proste, że mogą stanowić prace dla uczniów klas 4-ych, w celu wprawienia ręki do trzymania i manipulowania cyrklem i linijką, rysowania najprostszych figur płaskich. Cele mogą w tym przypadku być także estetyczne, czy artystyczne- zastosowanie różnych kolorów może dać ciekawe rezultaty.

Od starszych uczniów należy już wymagać trochę obliczeń. I tu jest szerokie pole dla nauczyciela- jakie pytania postawić przed uczniami? Zależy to oczywiście od posiadanej wiedzy i poziomu uczniów. Obliczenie pola, długości różnych elementów?, stosunku wybranych części rysunku? A może wyrażenie wzorami algebraicznymi długości wymaganych promieni, potrzebnych odcinków, kiedy dana jest tylko podstawa rysunku? Stawiaj też często, podczas wykonywania algorytmu pytanie „dlaczego”.

Można również zmienić podaną długość wyjściową i zobaczyć, w jaki sposób wpłynie to na całość ornamentu. Czy np. łuki okien pozostaną równie smukłe, czy będą bardziej zaokrąglone? Pytań takich jest dużo i w poszukiwanie ich można włączyć również uczniów.

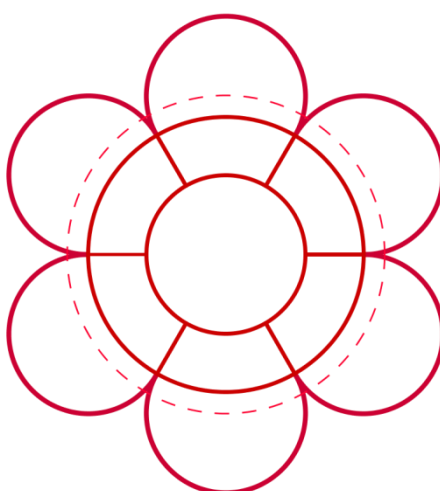
Postaraj się, do każdego rysunku ułożyć listę pytań-zadań, a nawet niektóre przykłady zamienić w zadanie konstrukcyjne, podobnie, jak pokazuje przykład nr.14.

Wszystkie podane tutaj ornamenty występują w rzeczywistych kościołach i innych budowlach. Tutaj została zaprezentowana ich czysto matematyczna strona. Warto jest samemu poszukiwać takich ciekawych form i uwrażliwić uczniów, aby podczas zwiedzania czy wakacji zwracali uwagę na piękne ornamenty i szczegóły architektoniczne, myśląc nie tylko o wrażeniach estetycznych, ale także o ich matematycznej treści. Można również poszukać podobnych konstrukcji w internecie.

Opisy kolejnych ornamentów – algorytm

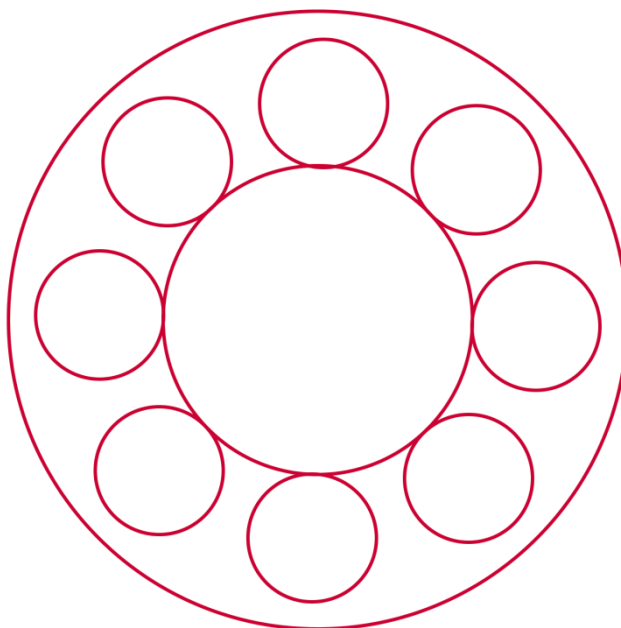
Ornament nr.1

1. Narysuj okrąg o promieniu np. 8cm (wielkość jest dowolna, może być też 4 cm) i drugi okrąg o tym samym środku O, połową promienia. Zaznacz poziomą średnicę. Zaznacz punkty przecięcia z dużym okręgiem, np. A- lewy oraz D- prawy i punkt K przecięcia średnicy z małym okręgiem(np. lewy)
2. Z punktu A odkreślaj na dużym okręgu promień, aby uzyskać sześciokąt foremny wpisany w okrąg. Zaznacz kolejne punkty: B, C, D, E, F.
3. Zaznacz delikatnie ramiona sześciokąta (to niekoniecznie, ale raz zrób to) oraz wszystkie jego przekątne. Zaznacz punkty przecięcia się przekątnych. Wszystkie leżą poza małym okręgiem. Z każdego punktu rysuj łuk promieniem K - najbliższy punkt przecięcia przekątnych. Narysujesz 6 takich łuków, od okręgu do okręgu. Te małe okręgi będą styczne do boków sześciokąta.
4. Powstanie coś jak kwiatek. Dla urody możesz jeszcze dorysować w środku jeden okrąg, połową wewnętrznego promienia. Powstanie dodatkowy pierścień. Możesz zaznaczyć silniej nie tylko łuki i płatki, ale też kawałki przekątnych (tu są to średnice) dużego okręgu, ale tylko w utworzonym pierścieniu.



Ornament nr. 2

1. Rysujesz dowolny kwadrat i jego dwie przekątne. Wyznaczasz środek S i rysujesz drugi, taki sam kwadrat, tylko obrócony względem środka S o 90° . Masz mieć równiutki ośmiokąt.
2. W pierwszy kwadrat wpisujesz okrąg styczny do boków kwadratu.
3. Z każdego wierzchołka ośmiokąta zakreślasz okrąg promieniem od wierzchołka do punktu styczności z okręgiem. Otrzymasz osiem małych okręgów równo rozłożonych wokół dużego okręgu, które nie są ze sobą styczne.
4. Teraz z punktu S zakreśl duży okrąg promieniem będącym średnicą okręgu wpisanego w kwadrat.



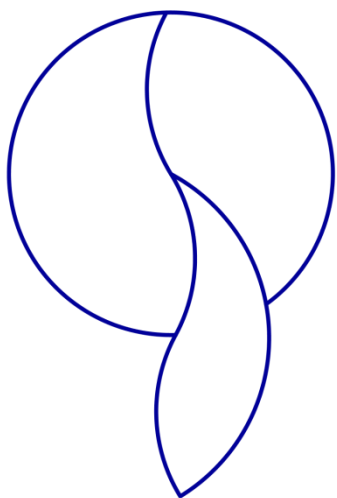
To są dwa bardzo typowe okna kościelne przy różnych mozaikach.

Ornament nr. 3

To właściwie nie jest ornament, ale b. ładna ozdoba, więc ją opisuję.

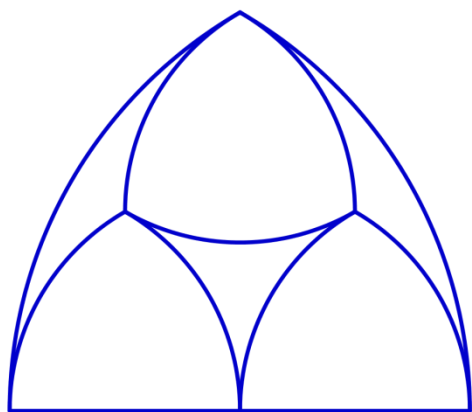
1. Narysuj okrąg o dowolnym promieniu i środku S. Zaznacz prostopadłe średnice.
2. Wystaw prostą równoległą p do poziomej średnicy u dołu okręgu. Punkt przecięcia tej prostej ze średnicą (punkt styczności nowej prostej z okręgiem) zaznacz jako np. punkt A, punkt przeciwny na okręgu względem S, jako np. B.
3. Z punktu A zakreśl (delikatnie) drugi taki sam okrąg – tj. o tym samym promieniu). Punkt przecięcia nowego okręgu z przedłużeniem średnicy (przechodzącej przez punkt A) zaznacz jako np. C, a punkt przecięcia obu okręgów, z lewej strony prostopadłej, zaznacz jako D.
4. Z punktu B odłóż na okręgu (zgodnie z kierunkiem zegara) promień okręgu. Niech to będzie punkt E. Z tego punktu zakreśl wyraźny łuk (stałe tym samym promieniem) od B do S.

5. Z punktu C odłóż w prawo promień- oznacz nowy punkt F. Z punktu F zakreśl wyraźny łuk od C do A.
6. Z punktu A1 (tj prawy koniec średnicy poziomej) odłóż promień (przeciwnie do wskazówek zegara)- uzyskasz punkt B1. Z tego punktu poprowadź dodatkową średnicę przechodzącą przez punkt S, aż do przecięcia z prostą równoległą p . Otrzymasz punkt G. Z tego punktu zakreśl łuk promieniem GS od punktu S do punktu C.
7. Z punktu D zakreśl łuk od punktu S do punktu A.
8. Masz już całość, tylko mocno pociągnij wszystkie kołowe krzywe, z wyjątkiem łuczku znajdującego się wewnątrz „wisiorka”.



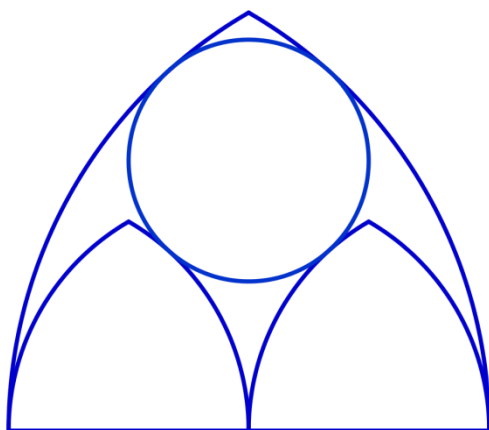
Ornament nr. 4 (bardzo prosty)

1. Rysujesz odcinek $AB = 8\text{cm}$. Zaznaczasz środek C .
2. Na odcinku AB łukami rysujesz trójkąt równoboczny ABS (jak tyle razy dotąd).
3. Podobne łukowate trójkąty równoboczne rysujesz na odcinkach AC i CB . Masz wierzchołki D i E .
4. Z wierzchołków E , S i D rysujesz pełen łukowaty trójkąt równoboczny DES .



Ornament nr. 5

1. Jak poprzedni 1.
2. Jak poprzedni 2.
3. Jak poprzedni 3.
4. Wystawiasz „wysokość” CS.
5. Z punktu A zaznaczasz na odcinku CS punkt K, promieniem $\frac{3}{4} AB$
6. Prowadzisz odcinek przez punkt A i K do przecięcia z łukiem zewnętrznym.(punkt M)
7. Z punktu K zakreślasz pełen okrąg promieniem KM. Powinien być styczny do dwóch łuków poniżej.

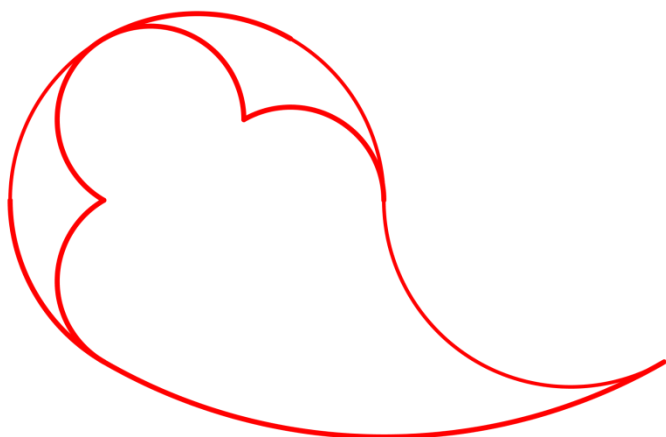


Ten rysunek różni się od poprzedniego tylko tym, że na łukowatych trójkątach leży koło a nie trójkąt.

Ornament nr.6

1. Rysujemy trójkąt równoboczny ABK , gdzie $AB = 8$

2. Z punktów A i B zakreślamy okręgi o promieniu 4.
3. Z punktu K prowadzimy półprostą przez punkt A. oraz drugą półprostą przez punkt B. Pierwsza półprosta przecina okrąg w punktach C1 i D1, druga w punktach C2 i D2(od wierzchołka K.
4. Z punktu K zakreślamy łuk promieniem KD1, od punktu D1 do D2.
5. Z punktu D1 na okręgu zakreślasz 6 punktów promieniem AD1. Są to : D1 , E1, E2, C1, C, E3. Trójkąt E1E3C1 jest równoboczny- zaznaczamy go przerywaną linią.
6. W trójkącie E1E3C1 zakreślamy przerywaną linią trzy wysokości i otrzymujemy punkty na bokach trójkąta: F1 F2 F3.
7. Z punktów F1, F2, F3 zakreślamy łuki po okręgach promieniem F2E2, od wysokości do wysokości- (tam przecinają się małe okręgi), od punktu D1 do punktu C).
8. Zakreślasz mocniejszym kolorem łuk D2,D1,E1,E2,C1,C, D2 oraz wewnętrzne ostatnio narysowane łuki.. Pozostałe linie usuwasz. (wycierasz gumką).



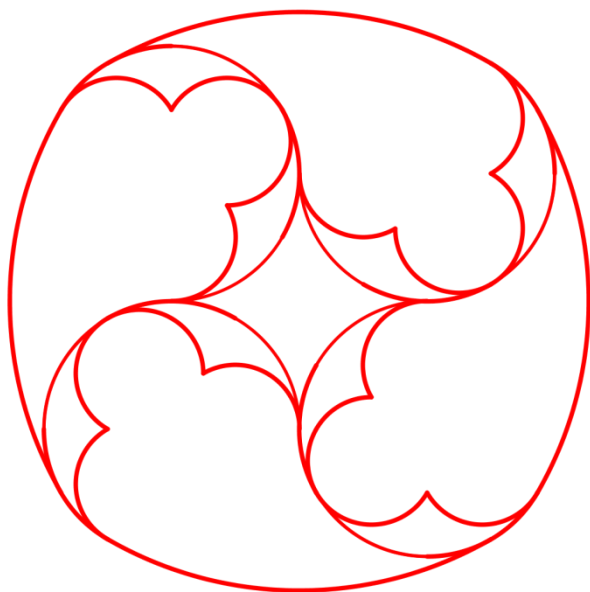
Efektem powinna być „ lezka z kwiatkiem ”

Ornament 7. (cztery takie same elementy jak w przykładzie 1. wpisujemy środkowo symetrycznie w okrąg)

1. Rysujemy kwadrat ABCD o boku 4 cm.
2. Z każdego wierzchołka zakreślamy okręgi o boku 2 cm (połowa boku kwadratu). Okręgi są styczne w połowie boków kwadratu.
3. Zaznaczamy przekątne kwadratu i symetralne boków. Środek kwadratu oznaczamy literką **M**.
4. Rysujemy duży okrąg o środku M i promieniu $MA + 2$ (długość promienia) (narysowane w p.2 okręgi będą do tego styczne wewnętrznie).

5. Rysując z punktu D lewy odcinek prostopadły do DM, wyznaczmy w punkcie przecięcia z okręgiem o środku D, punkt D2. Będzie to jeden z wierzchołków trójkąta równobocznego wpisanego w ten okrąg. Pozostałe dwa wierzchołki znajdziemy odkładając średnicę na tym okręgu (zgodnie z kierunkiem wskazówek zegara) - mamy wierzchołek D1 i jeszcze raz odkładając średnicę, otrzymamy wierzchołek D3. Trójkąt D1,D2,D3 jest równoboczny.

6. Zaznaczamy środki boków trójkąta D1,D2,D3. Z tych punktów wystawiamy prostopadłe do boków trójkąta i kreślimy łuki małych okręgów stycznych wewnętrznie do okręgu w który wpisany jest trójkąt D1,D2,D3. Zaznaczamy mocno części łuków od punktów styczności z dużym okręgiem poprzez punkty stykające się małych okręgów.

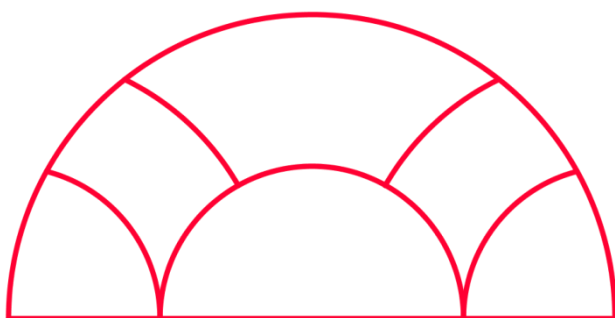


Czy widzisz już „leżkę” z trzema listkami? Spójrz jeszcze raz i zobacz 4 takie „leżki” wpisane w okrąg.

1. *Zauważ, że cały rysunek ma środek symetrii w punkcie M. Identyczne, wypełnione listkami leżki otrzymasz obracając cały okrąg o 90° , potem jeszcze raz i jeszcze raz.*
2. *Jeśli rysujesz na papierze, to powtarzaj czynności z p-tu 5. i 6-go, dla każdego z wierzchołków kwadratu, tak aby był to obrót o 90° , (możesz obrócić całą kartkę).*
3. *Pociągamy mocno zarys dużego okręgu.*
4. *Mamy okrąg z wpisanymi czterema leżkami w które wpisane są łagodne trzy łuki. Teraz wystarczy usunąć niepotrzebne linie.*
5. *Można go malować na różne sposoby uzyskując dodatkowe efekty. Można też np. wpisać całe koło w trójkąt równoboczny, gdzie dwa boki zastąpimy łukami. I można dużo obliczać – wielkości różnych powierzchni, długości łuków, kąty etc.*
6. *dużo obliczać – wielkości różnych powierzchni, długości łuków, kąty etc.*

Ornament 8.

1. Rysujesz odcinek $AB = 8\text{cm}$ i wyznaczasz środek – punkt C.
2. Dla odcinków AC i CB też wyznaczasz środki : D i D1.
3. Z punktu C zakreślasz półkole promieniem AC i wystawiasz prostopadłą średnicę.
4. Z punktu C zakreślasz półkole promieniem CD - na średnicy otrzymasz punkt C1, a z punktów A i B łuki promieniem AD (łuki są w półkolu dużym). Na dużym okręgu zaznaczasz punkt B1.
5. Z punktów A i B zakreślasz łuki promieniem B1C1.



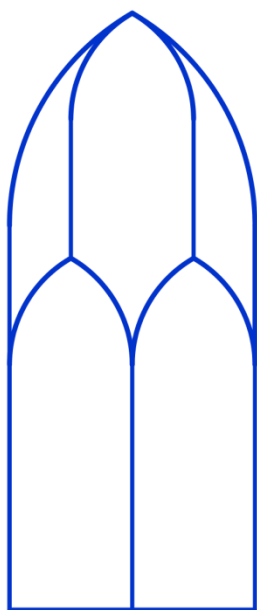
Ornament 9.

1. Rysujesz odcinek $AB = 4\text{cm}$ i wyznaczasz środek – punkt C.
2. Z punktów A, B, C wystawiasz prostopadłe (tylko w górę), czyli masz kwadrat i odpowiednio punkty A1, B1, C1.
3. Z punktów A1, C1, B1, zakreślasz łuki, tak, aby wyznaczyć trzecie wierzchołki trójkątów równobocznych: D i D1. Ramion trójkąta nie rysujesz, zostawiasz tylko po dwa łuki trójkątów, pogrubione.
4. Z punktu C1 wystawiasz prostopadłą pomocniczą(cieniutko) i zakreślasz na niej punkt E, tak, że odcinek $C1E = 4\text{ cm}$. Z punktów D i D1 też wystawiasz prostopadłe – (tylko je pogrubiasz, podobnie jak poprzednie łuki)
5. Przez punkt E prowadzisz równoległą pomocniczą do podstawy AB i otrzymujesz punkty F i F1, jako przecięcie z prostopadłymi DF i D1F1.
6. Z punktów F i F1 wyznaczasz trzeci wierzchołek G trójkąta równobocznego F, F1, G – i pogrubiasz dwa łuki.
7. Z punktu G, promieniem 4cm wyznaczasz punkty H i H1 na prostych prostopadłych A A1 i B B1.
8. Z punktów H i H1 zakreślasz łuki GH1 oraz GH promieniem 4 cm .

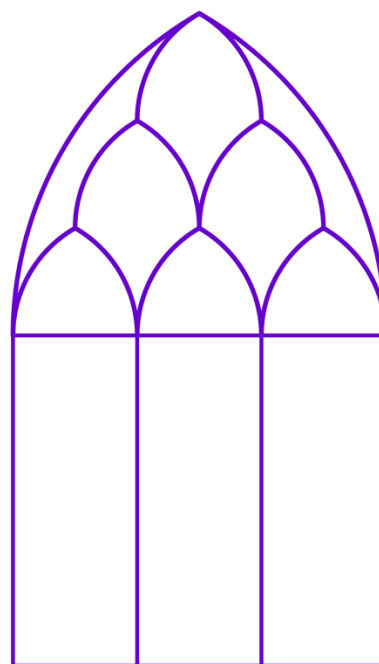
Efektom powinno być piętrowe okno z ostrołukami – wszystko na bazie trójkąta równobocznego. Myślę, że można zmienić 4cm na np. 6 lub 8, jeśli będzie wyraźniej.

Ornament 10. (podobne, tylko u podstawy 3 prostokąty i jedno piętro więcej)

1. Rysujesz $AB = 4,5$ cm i dzielisz odcinek na 3 części po 1,5 cm. Masz kolejno punkty A, B1, B2, C.
2. Budujesz prostokąt A B C A1 o drugim boku 4 cm i z podziałem na 3 prostokąty: 1.5 x 4. Masz punkty na górnym ramieniu prostokąta : A1, C1, C2, C.
3. Do odcinków A1C1, C1 C2, C2 C wyznaczasz łukami trzecie wierzchołki D D1, D2 trójkątów równobocznych (łuki zostawiasz i pogrubiasz. Masz już 3 podpory zakończone łukami)
4. Dla punktów D, D1, D2 robisz to samo- tzn. wyznaczasz łukami wierzchołki E i E1 trójkątów równobocznych DD1 i zachowujesz łuk. (masz już dwa piętra łuków)
5. Z punktami E i E1 robisz jeszcze raz to samo- tzn. wyznaczasz wierzchołek F trójkąta równobocznego E E1 F, zachowując łuki.
6. Z punktów A1 oraz C zakreślasz łuki: CF oraz A1 F promieniem 4,5 cm.



Nr.9

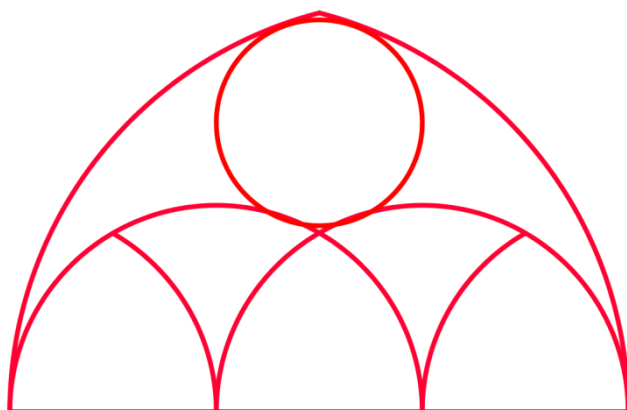


Nr10 .

Masz już całość – trzy podpory i dwa piętra łuków

Ornament 11.

1. Rysujesz $AB = 9\text{cm}$ i odcinek AB dzielisz na 3 równe odcinki- masz punkty kolejno A, C, D, B .
2. Z punktów C i D zakreślasz łuki promieniem $R = CB$ – ich przecięcie da Ci punkt P . Łuki zachowujesz.
3. Z punktów C i D zakreślasz półkola promieniem $r_1 = AC$. Przetną się w punkcie Q .
4. Z punktów A i B tym samym promieniem zakreślasz łuki od podstawy do przecięcia z narysowanymi już półokręgami.
5. Wyznaczasz środek odcinka PQ – niech to będzie M .
6. Przez punkty C i M prowadzisz odcinek, aż do zewnętrznego łuku. Cały odcinek od C do przecięcia z dużym łukiem ma długość R .
7. Z punktu M zakreślasz pełny okrąg promieniem r , który wyznaczasz z zależności: $R = r_1 + 2r$. Stąd $r = (R - r_1)/2$. W tym wypadku to jest $1,5\text{cm}$.

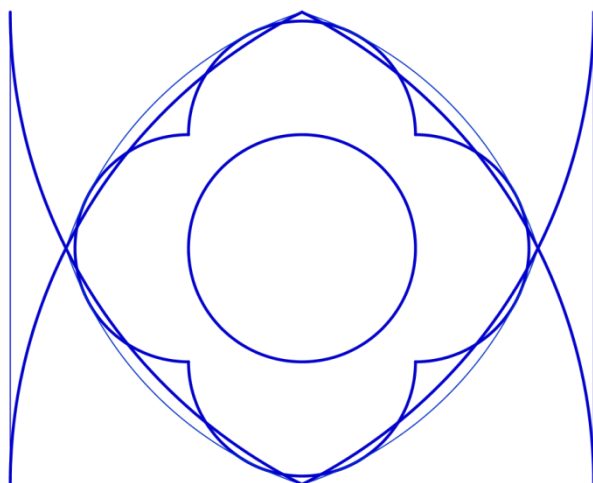


Mały okrąg powinien równo leżeć na półokręgach i być do nich styczny. Jak zostawisz same łuki, to masz ładne okno.

Ornament 12. (zupełnie inny)

1. Rysujesz okrąg o środku A i promieniu $1,5\text{ cm}$ i lekko zaznaczasz 4 średnice: dwie prostopadłe (po osi x i y) dają punkty przecięcia z okręgiem: B_1, B_2, B_3, B_4 (licząc od godz. 9-ej, przeciwnie do ruchu wskazówek zegara) i dwie obrócone o 45° Punktów przecięcia nie zaznaczasz.
2. Z każdego z punktów B_1, B_2, B_3, B_4 zakreślasz niepełny okrąg promieniem $1,5\text{ cm}$ od średnicy do średnicy (tej drugiej pary średnic) Punkty zetknięcia się okręgów na tych średnicach oznaczasz C_1, C_2, C_3, C_4 (w tę samą stronę co poprzednie punkty; C_1 jest w III-ej ćwiartce). Dostaniesz coś w rodzaju kwiatka.

3. Przez punkt C1 i B3 prowadzisz prostą i zaznaczasz jej punkt przecięcia D z tym właśnie kwiatkiem.
4. Z punktów C1, C2, C3, C4 zakreślasz łuki promieniem C1 D w ćwiartkach wyznaczonych przez dwie pierwsze średnice. Punkty przecięcia tych łuków, zaznacz, licząc od góry : E1, G, E2.
5. Przez punkty E1 oraz E2 przeprowadź równoległe do osi x-ów (czyli pierwszej średnicy okręgu).. Te równoległe przetną średnice w punktach F1 i F2 (na dole) i F3 oraz F4 (na górze)
6. Z punktów F1,F2,F3,F4 zakreśl łuki w przeciwnych ćwiartkach promieniem F2G, do punktów przecięcia z wystawionymi prostymi równoległymi. Oznacz te punkty H1, H2, H3, H4.
7. Powinnaś otrzymać prostokąt H1, H2, H3, H4 z wpisanymi dwoma „parabolami” i kwiatkiem w środku.

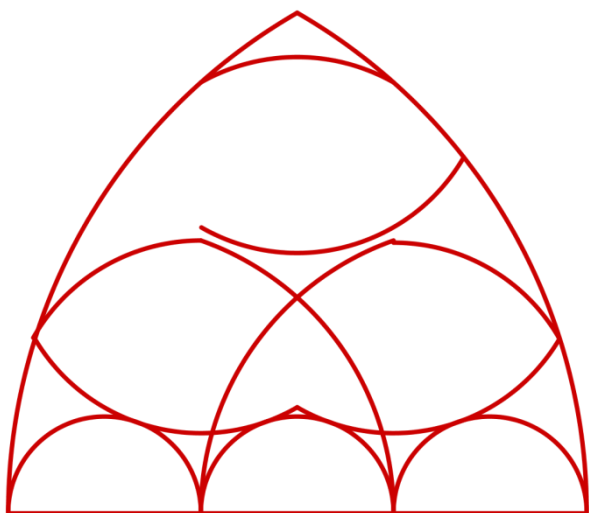


Ciekawe, czy można łatwo obliczyć wymiary tego prostokąta?

Ornament 13. *Ten rysunek jest trochę inny, bo nie jest symetryczny*

1. Narysuj odcinek 9cm i podziel go równo na 6 części. Masz punkty kolejno: A,D1,C1,D2,C,D,B,. (punkt D2 jest środkiem odcinka AB).
2. Z punktów A i B zakreślasz łuki, jak do trójkąta równobocznego, aż się przetną (punkt S) i zostawiasz je.
3. Z punktów D1,D2,D zakreślasz półokręgi promieniem np. AD1 (= 1,5 cm)
4. Z punktów C1, D2, C wystawiasz(delikatnie) proste prostopadłe aż do przecięcia z łukami.
5. Z punktów D1 i D zakreślasz łuki promieniem AD2 (=4,5cm) pomiędzy dwoma zewnętrznymi prostopadłymi. Masz dwa nowe punkty E1 i E (na prostopadłych)

6. Z punktów E i E1 zakreślasz łuki promieniem AC1 ($= 3\text{cm}$), od zewnętrznego łuku do środkowej prostopadłej. Na zewnętrznych prostopadłych masz nowe punkty F i F1. (*F1 pod E1 i F pod E*)
7. Z punktów F i F1 zakreślasz tym samym promieniem ($= 3\text{cm}$) łuki od zewnętrznych łuków do prostopadłych. Powinny połączyć się z już narysowanymi łukami w punktach E i E1.
8. Z punktu F zaznaczasz na prostopadłej SD2 punkt G, promieniem BC1 ($= 6\text{cm}$).
9. Z punktu G zakreślasz łuk promieniem 3cm , od prawego zewnętrznego łuku do punktu E1. Ten łuk przecina prostopadłą SD2 w punkcie H.
10. Z punktu H zakreśl łuk promieniem 3 cm , pomiędzy łukami zewnętrznymi. Powinien ułożyć się symetrycznie
11. Pociągnij, zaznacz mocno (kolorowo) wszystkie łuki. Resztę usuń.

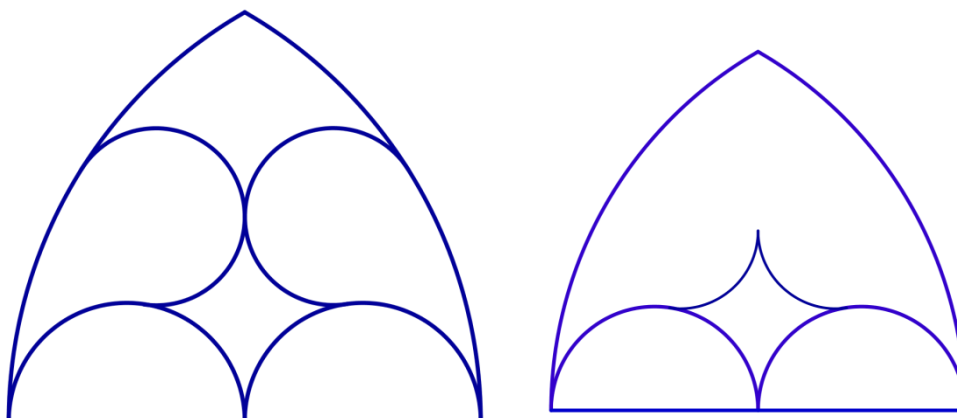


Ornament 14.

Wyjaśnienie podanych wielkości biorę się z wyliczenia, które dołączam dalej

1. Rysujesz odcinek $AB = 8\text{ cm}$. Zaznaczasz środek C.
2. Na odcinku AB łukami rysujesz trójkąt równoboczny ABS.
3. Odcinek $AB = 8\text{ cm}$ dzielisz na 4 części po 2 cm : A,D1,D3,D2,B.
4. Z punktów D1 i D2 zakreślasz półokręgi promieniem 2 cm
5. Wystawiasz wysokość ABS a punktu D3
6. Z D3 zaznaczasz na wysokości koniec odcinka $3,46\text{cm}$. Masz punkt F. Z punktu F, w obie strony, na równoległej do podstawy odkładasz $1,5\text{ cm}$. Masz dwa punkty E i G. Są to środki okręgów o promieniu $1,5$.

7. Z punktów E i G zakreslasz okręgi (łuki) punktów styczności z łukami zewnętrznymi do punktów styczności z małymi narysowanymi już półokręgami.
8. Jak zostawisz tylko same łuki, powstanie bardzo ładny ornament.



W zależności od tego, które łuki zostawisz, otrzymasz różne wersje.

Obliczenia (bardzo proste i ładne zadanie konstrukcyjne)

Zakładamy, że chcemy uzyskać rysunek, gdzie w łukowate równoboczne okno wpisane są dwa półkola na podstawie oraz styczne do nich i do łukowatych boków dwa okręgi, umieszczone symetrycznie.

Tu najlepiej zrobić sobie szkic. Promień podstawy AB, niech będzie R, promień małych kółek leżących powyżej niech będzie r.

Rysujemy (szkicujemy te dwa półkola, wysokość i dwa styczne okręgi. Zaznaczamy środek okręgu, np. po prawej stronie wysokości. Niech to będzie punkt E. Tworzymy trójkąt prostokątny AEC. W tym trójkącie $AC = R/2 + r$, EC jest niewiadomą h.

Z trójkąta AEC mamy: $(AC)^2 + h^2 = (AE)^2$, czyli

$$(R/2 + r)^2 + h^2 = (R - r)^2$$

Drugie równanie mamy z trójkąta prostokątnego CED₂; (D₂ - środek półkola prawego). Mamy:

$$h^2 + (R/4 - r)^2 = (R/4 + r)^2.$$

Z tych dwóch równań coś się zredukuje i otrzymamy na końcu $3/4 R^2 = 4Rr$,

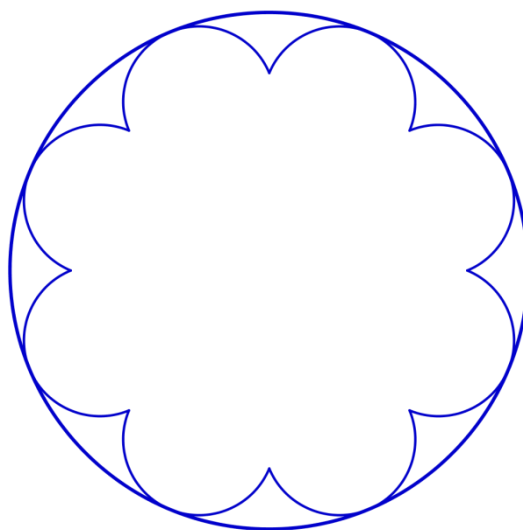
Stąd mamy $r = 3/2$ (bo R przyjęliśmy 8 cm). Jeśli dla dowolnego, to $r = 3/16 R$.

Mając r obliczymy h, które wyniesie 3,46.

Dołączyłam ten rysunek z uwagi na to ładne wyliczenie, które trzeba zrobić, wiedząc jaki ornament chcemy uzyskać.

Ornament 15. (okręgi wpisane w okrąg)

1. Rysujesz kwadrat o boku 8cm i wyznaczasz środki A,B,C,D boków, rysując kwadrat wpisany ABCD. AC jest poziomą przekątną BD (od dołu) – pionową przekątną.
2. Lewy górny wierzchołek zewnętrznego kwadratu oznacz E i zajmiesz się trójkątem EMD, gdzie M jest środkiem obu kwadratów.
3. W trójkącie EMD rysujesz dwusieczną kąta E i prowadzisz do punktu przecięcia z kwadratem wpisanym - oznacz ten punkt S.
4. Z Punktu M zakreśl (delikatnie) okrąg promieniem MS. W przecięciach z bokami kwadratu wpisanego masz punkty: S1, S2, S3, S4 S5,S6, S7, S (przeciwnie do ruchu wskazówek zegara).
5. Przez punkt M i S poprowadź odcinek, aż do przecięcia z bokiem dużego kwadratu. To jest punkt P. Z każdego z punktów S, S1.....S7 zakreślasz łuki promieniem SP. Łuki dochodzą do przekątnych dużego kwadratu, więc troszkę dalej niż ich punkty styczności. Ma być ich 8.
6. Przez punkt M i S7 prowadzisz odcinek aż do przecięcia z bokiem dużego kwadratu – masz nowy punkt Q. Z punktu M zakreślasz pełen okrąg promieniem MQ. Powinien być styczny do małych okręgów.



Zostaw okrąg i łuki i masz piękne obramowanie – taką serwetkę.

Wszystkie podane przykłady ornamentów pochodzą z opracowania MUED Freiarbeit mit Karteikarten Klasse9/10. Kirchen und andere Fenstern.