

XXI Konferencja SNM

ZADANIA TEKSTOWE

Władysława Paczesna (Błonie), ada.paczesna@wp.pl

Matematyczne zakręty w rozwiązywaniu zadań tekstowych.

Streszczenie. Pomimo iż o rozwiązywaniu zadań tekstowych powiedziano już bardzo dużo mówiłam na warsztacie o moich doświadczeniach w tym obszarze, ale bez górnolotnych teorii. Każdy ma swoje doświadczenia i pomysły na uczenie dzieci rozwiązywania zadań tekstowych, ale klasyfikacja metod rozwiązywania zadań, w oparciu o moje doświadczenie, mogła być dla nauczycieli inspiracją do zmian. Wskazałam kilka zabiegów wspomagających zrozumienie zadania i przeprowadzenie jego właściwej analizy. Odpowiadałam między innymi na pytania :

Jak zamienić zadanie tekstowe na „rysunek tekstowy”?

Jak ułatwić uczniom zrozumienie zadania tekstowego?

Czy możliwe jest oswojenie tekstu matematycznego?

Na czym polega osvajanie tekstu matematycznego?

Czy rozwiązywanie zadania po kawałku pomaga uczniom?

Jak uświadomić uczniom rolę każdego słowa w zadaniu?

Wszystkie odpowiedzi poparte były przykładami zadań z rozwiązaniami.

Warsztat zachęcał uczestników do refleksji i porównania tego co usłyszeli z tym co praktykują. Podsumowanie warsztatu stanowiły zasady, którymi warto kierować się przy rozwiązywaniu zadań tekstowych.

O rozwiązywaniu zadań tekstowych powiedziano już bardzo dużo. Każdy z nas ma jakiś swój pomysł i praktykę w rozwiązywaniu zadań. Dla niektórych nie jest więc to nowy temat. Może jednak warto czasami spojrzeć wstecz i porównać swoją pracę z doświadczeniem innych.

Chcę mówić o moich doświadczeniach w tym obszarze, ale bez górnolotnych teorii. Pochyliam się nad sukcesami nauczycieli w tej dziedzinie, ale wiem po sobie, że warto usłyszeć, że to co robię jest dobrze.

Opowiem o paru zabiegach wspomagających zrozumienie zadania i przeprowadzenie jego właściwej analizy. W młodszych klasach szkoły podstawowej rozwiązujemy zadania związane z otaczającą dziecko rzeczywistością. Najłatwiej rozwiązać zadanie, gdy sytuację zadaniową podeprzemy rysunkiem. Zwyczaj „rysowania zadań” zanika w miarę upływu lat.

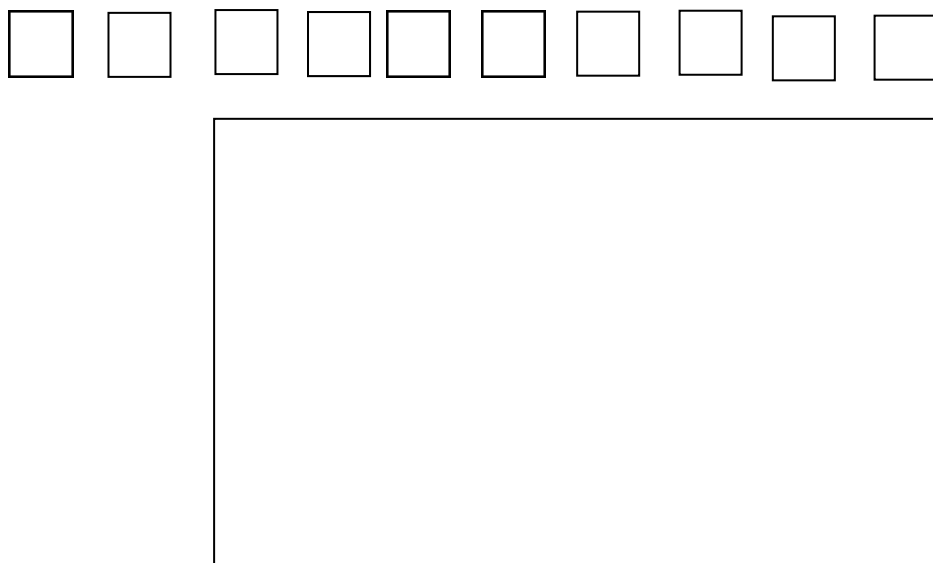
Jak zamienić zadanie tekstowe na „rysunek tekstowy”?

Oto przykład zadania, przy rozwiązywaniu którego wszyscy uczestnicy zaczęli od RYSUNKU.

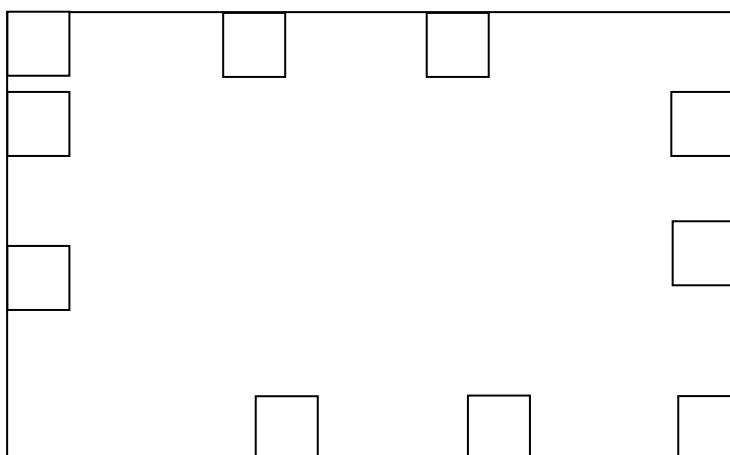
Zadanie 1

W prostokącie trzeba ułożyć 10 jednakowych kwadratów, tak, żeby na każdym boku prostokąta była taka sama liczba kwadratów. Jak to zrobić?

Początek rozwiązania to dane rysunkowe- jeden duży prostokąt i 10 małych



Przykładowe rozwiązanie



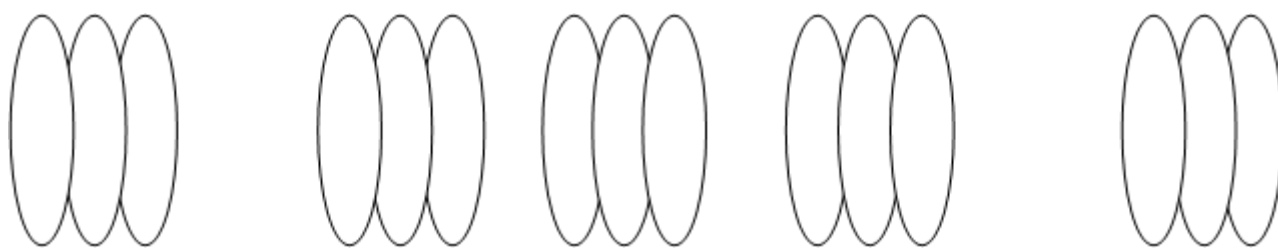
Analogicznie do poprzedniego zadania znów ilustracja grała główną rolę w rozwiązaniu zadania 2.

Zadanie 2

Pan Roman przyniósł do kowala pięć 3-ogniowych łańcuszków i prosił go o połączenie w jeden długi łańcuch.

Umówili się, że rozkucie i skucie jednego ogniwa będzie kosztowało 5 zł. Przy odbiorze powstał problem, bo kowal zażądał zapłaty w wysokości 20 zł, a pan Roman twierdził, że za tę pracę zgodnie z wcześniejszą umową można było wykonać taniej. Czy pan Roman miał rację? Odpowiedź uzasadnij.

Dane rysunkowe



Rozwiązanie

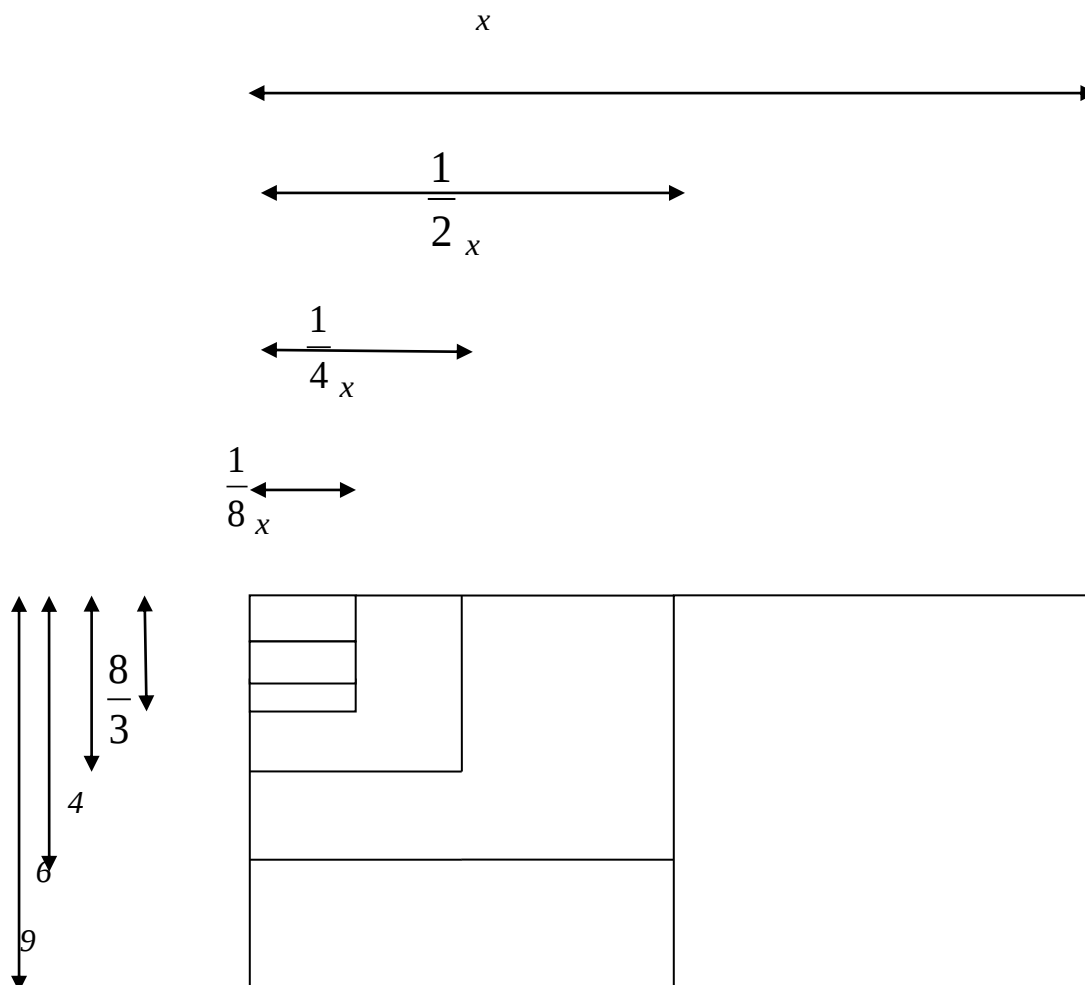
Rozcinamy 3 ogniwa z jednego potrójnego łańcuszka ($3 \cdot 5 = 15[\text{zł}]$) i spinamy w trzech miejscach.

Jeszcze bardziej potrzebny jest rysunek przy rozwiązaniu zadania 3.

Zadanie 3

Prostokątny magiczny kawałek skóry, po spełnieniu życzenia swojego właściciela, zmniejsza się o połowę w długości i o $\frac{1}{3}$ w szerokości. Początkowo jego szerokość wynosiła 9 cm. Po spełnieniu trzech życzeń jego powierzchnia wynosiła 4 cm^2 . Jaka była jego początkowa długość?

Dane rysunkowe:



Rozwiązanie

Szerokość prostokąta po spełnieniu 3 życzeń to $\frac{8}{3}$ [cm]

Długość prostokąta po spełnieniu 3 życzeń to $\frac{1}{8}x$ [cm]

Pole prostokąta po spełnieniu 3 życzeń to 4 cm^2

Długość prostokąta po spełnieniu 3 życzeń:

$$\frac{8}{3} \cdot \frac{1}{8}x = 4$$

$$x = 12 \text{ [cm]}$$

Odpowiedź: Długość prostokąta po spełnieniu 3 życzeń jest równa 12 cm

Zachęcam wszystkich nauczycieli począwszy od szkoły podstawowej aż do gimnazjum o rozwiązywanie zadań tekstowych wykorzystaniem ilustracji.

Jak ułatwić uczniom zrozumienie zadania tekstowego?

Odpowiedź jest może nazbyt prosta, trzeba czytać aż każdy zrozumie. Jednakże, żeby tak się stało z każdym uczniem, trzeba do każdego dobrać właściwą metodę. Mój dziadek, gdy go prosiłam o pomoc w rozwiązaniu zadania, rozmawiał ze mną o nim i udając brak zrozumienia kazał je czytać wielokrotnie. Pytał o liczby z zadania o tematykę, o ilość pytań i o to co jest do rozwiązania. Kazał powtórzyć fragmenty zadania z pamięci. Była to szczegółowa analiza treści, która miała spowodować zrozumienie zadania i zainteresowanie jego rozwiązaniem. Dla dziadka najważniejsze było to, żebym zrozumiała. Zazwyczaj już obliczenia robiłam sama, bez pomocy dziadka. Dopiero po latach zrozumiałam, że dziadek odkrył na mnie sposób.

Zadanie 4 jest przykładem tego, że w zadanie trzeba się wczytać, że nie można zacząć od układania równań i zależności.

Zadanie 4

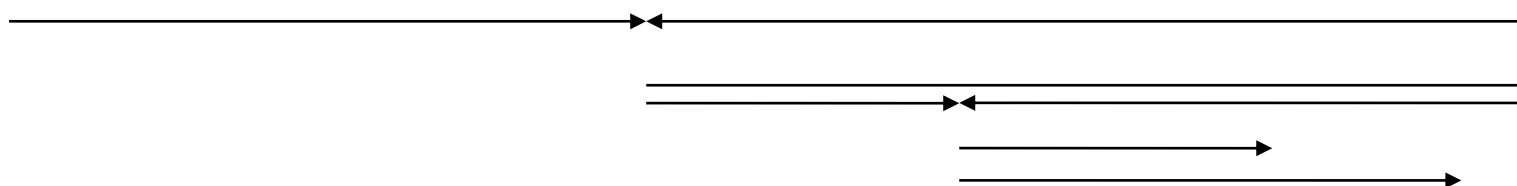
Z miejscowości A do miejscowości B odległej o 27 km wyjeżdża rowerzysta i jedzie ze średnią prędkością 18 km/h. W tym samym czasie z miejscowości B w kierunku A wylatuje mucha, która leci ze średnią prędkością 22 km/h. Mucha dolatuje do rowerzysty, dotyka jego czubka nosa i wraca w kierunku B, a gdy dolatuje do miejscowości B, natychmiast zawraca i ponownie leci do rowerzysty itd. Gdy rowerzysta dotarł do miejscowości B, mucha usiadła mu na nosie. Ile kilometrów przeleciała mucha?

Analiza rysunkowa zadania powinna nam powiedzieć, że nie trzeba liczyć drogi muchy oznaczając na kawałkach jej lotu cząstkowego czasu. Trzeba na nie spojrzeć całościowo.

$$S_r = 27\text{km}$$

A
rowerzysta

B
mucha



Rowerzysta: $V_r = 18 \text{ km/h}$

Mucha: $V_m = 22 \text{ km/h}$

Istotny jest czas jazdy rowerzysty i czas lotu muchy - lot muchy i jazda rowerzysty odbywała się w tym **samym czasie**.

$$t_{r,m} = 27 : 18 = 1,5h$$

Mucha przeleciała w ciągu 1,5 h z prędkością 22 km/h drogę: $S_m = 22 \cdot 1,5 = 33\text{km}$

Odpowiedź: Mucha przeleciała 33 km.

Czy możliwe jest oswojenie tekstu matematycznego?

Poniższe zadanie jest opisem sytuacji, która służy do konstrukcji kolejnych zadań.

Zadanie 5

Dzień Basi: wtorek 12 IV

Budzik zadzwonił jak zwykle o godzinie 6^{45} . Poleżałam jeszcze 5 minut, myśląc o tym, co przyniesie nowy dzień. Wstałam. Toaleta poranna zajęła mi 10 minut, ubieranie – kwadrans, a uporanie się z niesfornymi włosami – 5 minut. Na śniadanie zjadłam kanapkę i wypilałam kakao. Zaraz po śniadaniu, o godzinie 7^{30} sprawdziłam, czy dobrze spakowałam plecak, założyłam kurtkę oraz buty i żegnana przez mamę wyszłam z domu o 7^{35} . Do szkoły szłam 15 min. Lekcje zaczęły się o 8^{00} . Po piątej lekcji, o godzinie 12^{25} rozpoczęła się duża przerwa, na której zjadłam obiad w stołówce szkolnej. Ze szkoły wyszłam o 13^{30} , ale w domu byłam dopiero po godzinie, ponieważ wracałam razem z koleżankami dłuższą drogą przez park. Zaraz po przyjściu zabrałam się za odrabianie lekcji. Mama wróciła z pracy o 15^{30} i przygotowała podwieczorek, do którego usiadłyśmy o 16^{00} . Jedząc pyszne ciasteczka, rozmawialiśmy do 16^{40} , kiedy to musiałam wyjść na dodatkową lekcję angielskiego w Domu Kultury. Droga tam zajęła mi 20 min (powrotna do domu tyle samo). Do domu wróciłam punktualnie o 18^{05} . Obejrzałam swój ulubiony serial, zjadłam kolację, wykąpałam się i byłam w łóżku o 20^{00} . Przez kwadrans czytałam książkę. Zanim tata zgasił światło o 20^{45} , rozmyślałam o mijającym dniu.

Pytania

- O której Basia wyszła z domu do szkoły, a o której czytała książkę?
- Co robiła Basia o 16^{13} , a co o 17^{00} ?
- O której rozpoczęła się 6 lekcja, jeśli przerwa ją poprzedzająca trwała 20 min?
- Ile trwała lekcja języka angielskiego w Domu Kultury?
- Ile godzin Basia spała?
- Jakie inne pytanie można jeszcze zadać?

„Ozdobniki” występujące w zadaniu typu „uporanie się z niesfornymi włosami” czy „Obejrzałam swój ulubiony serial” powodują dodatkowe utrudnienia w zrozumieniu tekstu. Nie da się tego zadania powtórzyć z pamięci. Proponuję stworzyć bardziej czytelny „terminarz” (harmonogram) dziennych zajęć i odpowiadać na pytania wyszukując odpowiedzi na pytania w tekście a może tylko w harmonogramie.

Propozycje

6^{45} - budzik

5 minut – leżenie [6^{50}]

10 minut - toaleta poranna [7⁰⁰]

kwadrans - ubieranie [7¹⁵]

5 minut – czesanie włosów [7²⁰]

7³⁰ - po śniadaniu

7³⁵ wyjście z domu.

15 min- droga do szkoły [7⁵⁰]

8⁰⁰ – początek lekcji

12²⁵ - koniec piątej lekcji i początek dużej przerwy

13³⁰ - wyjście ze szkoły

1 godz. – droga ze szkoły do domu [14³⁰]

14³⁰ - odrabianie lekcji do powrotu mamy

15³⁰ – powrót mamy z pracy

16⁰⁰ – początek podwieczorku.

16⁴⁰ - koniec rozmowy i jedzenia ciasteczek,

16⁴⁰ - wyjście na lekcję angielskiego do Domu Kultury.

20 min - droga do DK i powrotna do domu tyle samo.[17²⁰]

18⁰⁵ – powrót do domu.

18⁰⁵ - serial, kolacja, kąpiel

20⁰⁰ - łóżko .

kwadrans - czytanie książki. [20¹⁵]

20¹⁵ - rozmyślania

20⁴⁵ - zgaszenie światła , sen

Zanim przystąpimy do zadania 5 ćwiczymy analizę tekstu na prostszych przykładach. Tego typu informacje są na sprawdzianach i uczeń musi umieć analizować tekst i odpowiadać wybiórczo na pytania.

Na czym więc polega oswajanie tekstu matematycznego?

1. Czytamy tekst wspólnie,
2. uczeń czyta tekst sam dla siebie,
3. zmieniamy formę zapisu na krótszą – bez „ozdobników”,
3. zadajemy pytania dotyczące tekstu np. [O czym jest ten tekst? Kto jest jego bohaterem? Co mówią nam liczby w tekście? Jakie tam występują jednostki? Jak te jednostki są zapisane? itp.]
4. czytamy oddzielnie wszystkie pytania do zadania,
5. np. podkreślamy w tekście miejsca, w których jest informacja potrzebna do udzielenia odpowiedzi na pytania zadania,
6. rozmawiamy o zbędnych informacjach,
7. układamy własne pytania np. z wykorzystaniem innych danych niż dotychczas nam były potrzebne.

Czy pomaga rozwiązywanie zadania po kawalku?

Rozwiązanie zadań „krok po kroku” to także metoda ułatwiająca jego zrozumienie i często skracająca liczenie. Takie rozwiązanie ilustruje zadanie 6.

Zadanie 6

W lesie było obok siebie 7 mrowisk. W każdym mrowisku było po tyle samo mrówek. W poniedziałek połowa mrówek z pierwszego mrowiska przeszła do drugiego, we wtorek połowa mrówek z drugiego mrowiska przeszła do trzeciego, w środę połowa mrówek z trzeciego mrowiska przeszła do czwartego, w czwartek połowa mrówek z czwartego mrowiska przeszła do piątego, w piątek połowa mrówek z piątego mrowiska przeszła do szóstego, w sobotę połowa mrówek z szóstego mrowiska przeszła do siódmego, w niedzielę połowa mrówek z siódmego mrowiska przeszła do pierwszego. W pierwszym mrowisku było teraz o 630 mrówek więcej niż na początku. Ile było mrówek w każdym mrowisku na początku?

Analiza zadania

Krok 1. poniedziałek

$$\boxed{} \times - \frac{1}{2} x = \frac{1}{2} x; \text{ poniedziałek połowa 1 do 2}$$

Krok 2. wtorek

$$\boxed{} \times + \frac{1}{2} x = \frac{3}{2} x; \text{ wtorek połowa 2 do 3}$$

Krok 3. środa

$$\square \quad x + \frac{3}{4}x = \frac{7}{4}x; \text{ środa połowa 3 do 4}$$

Krok 4. czwartek

$$\square \quad x + \frac{7}{8}x = \frac{15}{8}x; \text{ czwartek połowa 4 do 5}$$

Krok 5. piątek

$$\square \quad x + \frac{15}{16}x = \frac{31}{16}x; \text{ w piątek połowa 5 do 6}$$

Krok 6. sobotę

$$\square \quad x + \frac{31}{32}x = \frac{63}{32}x; \text{ w sobotę połowa 6 do 7}$$

Krok 7. niedzielę

$$\square \quad x + \frac{63}{64}x = \frac{127}{64}x; \text{ w niedzielę połowa 7 do 1}$$

Analiza sytuacji w pierwszym mrowisku:

$$\text{Tam jest teraz: } \frac{127}{128}x + \frac{1}{2}x = 630 + x, \quad x = 1280.$$

Jak uświadomić uczniom rolę każdego słowa w zadaniu?

Mamy 3 zdania, które są podstawą do utworzenia trzech różnych zadań.

- *Do sklepu przywieziono 148 kg pomarańcz.*
- *W sklepie było 18 skrzynek ze świeżymi pomarańczami.*
- *W jednej skrzynce było 8 kg pomarańcz.*

Aby ułożyć zadanie jedno ze zdań przekształcamy w pytanie do zadania i tak postępujemy z kolejnymi zdaniami układając kolejne zadania.

Zadanie 1)

Do sklepu przywieziono 144 kg pomarańcz. W sklepie było 18 skrzynek ze świeżymi pomarańczami.

Ile kilogramów pomarańcz było w jednej skrzynce?

Pomarańcze w jednej skrzynce– x

Razem -144 kg

Liczba skrzynek –18

Rozwiązanie

$$144: x = 18$$

$$x = 144 : 18$$

$$x = 8$$

Odpowiedź: *W jednej skrzynce było 8 kg pomarańcz.*

Jakie nam się nasuwają wątpliwości? Uczniowie mogą zapytać czy pomarańcze w sklepie były świeże.

Czego brakuje, żeby zadanie było jednoznaczne? A może czegoś jest za dużo?

Po takiej i podobnej rozmowie o wątpliwościach i jednoznaczności tekstu w kolejnych układankach 2) i 3) uczniowie zauważają i poprawiają sami.

Zadanie 2)

Do sklepu przywieziono 144 kg pomarańcz. W jednej skrzynce było 8 kg pomarańcz.

Ile skrzynek ze świeżymi pomarańczami było w sklepie?

Pomarańcze w jednej skrzynce – 8

Razem -144 kg

Liczba skrzynek – x

Rozwiązanie

$$144: x = 8$$

$$x = 144 : 8$$

$$x = 18$$

Odpowiedź: *W sklepie było 18 skrzynek pomarańcz.*

Zadanie 3)

W sklepie było 18 skrzynek ze świeżymi pomarańczami. W jednej skrzynce było 8 kg pomarańcz.

Ile kilogramów pomarańcz przywieziono do sklepu?

Razem -x

Pomarańcze w jednej skrzynce – 8 kg

Liczba skrzynek – 18

Rozwiązanie

$$x : 8 = 18$$

$$x = 8 \cdot 18$$

$$x = 144 \text{ kg}$$

Odpowiedź: *Do sklepu przywieziono 144 kg pomarańcz.*

Uczenie analizy zadania można zacząć od takich prostych jednodziałaniowych zadań. Ten przykład pokazuje, że ważne są dane i ważne jest pytanie, jednakże najważniejsze jest to, żeby z tekstu wynikała jednoznaczność rozwiązania.

Stosuję także metodę „zadań bez pytań”, a uczniów pytam: „O co mogę w tym zadaniu zapytać”?

Z mojego doświadczenia wynika, że warto stosować przy rozwiązywaniu zadań tekstowych poniższe zasady.

1. Czytamy głośno zadanie.
2. Każdy uczeń czyta zadanie samodzielnie.
3. Rozmawiamy o treści zadania lub prezentujemy treść zadania z pamięci.
4. Dzielimy tekst na zdania i analizujemy jaką informację niesie dane zdanie.
5. Analizujemy znaczenie liczb w zadaniu.
6. Czytamy pytania.
7. Przypisujemy informację z zadania określone pytanie.
8. Tworzymy pytania pomocnicze prowadzące do odpowiedzi na pytanie zadania.
9. Zapisujemy „dane” i „szukane” (dokonujemy zapisu analizy zadania).
10. Rozwiązujemy zadanie.
11. Udzielamy odpowiedzi na pytania.
12. Sprawdzamy odpowiedź z warunkami zadania.